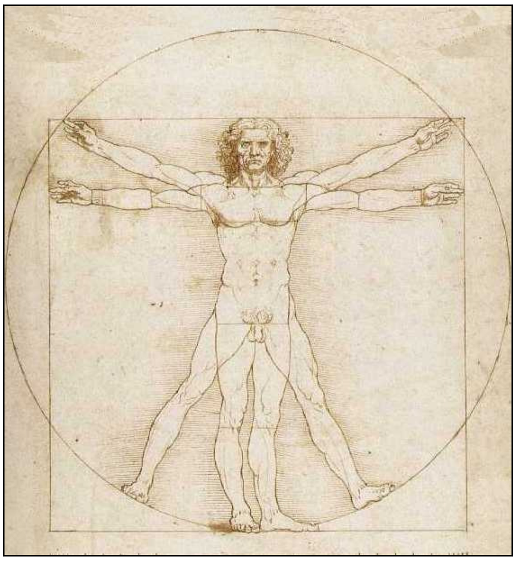
MÅLING AF KROPPE

af Brunetto Piochi*

INTRODUKTION

Måling af kroppe forløbet handler om måling samt om enkelte temaer fra aritmetikken (forhold og proportioner) og statistikken (gennemsnit, median, sammenhæng...). I forhold til, hvordan de to partnere strukturerede og gennemførte det, kan forløbet også bruges til at tilegne eleverne temaer fra videnskabshistorien og som en introduktion til beregninger på pc og til at vise målingerne på en graf.

Studerende bliver bedt om at måle nogle ting vedrørende deres kroppe (højde, vægt, armlængde osv.). Der udføres nogle aritmetiske eller statistiske beregninger ud fra disse målinger ved hjælp af Excel software. Samtidig leder de efter sigende forhold eller korrelationer, som endvidere kan relateres til Leonardo da Vinci's hypotese om menneskekroppens anatomi. Lignende øvelser vil blive gennemført med skoleelever og resultaterne af disse øvelser bliver bagefter diskuteret med de studerende.



Vitruvio's mand, af Leonardo da Vinci

Leonardo studerer the proportionerne af den menneskelige krop og dens sammenlinelighed med de perfekte geometriske former (cirklen og kvadratet). Dette var videnskabelig analyse, som havde både kosmisk betydning (forbindelsen mellem mikro-og makrokosmos) og kunstnerisk betydning (at representere den menneskelige krop korrekt og at designe arkitektur baseret på proportionerne I den menneskelige krop). I den berømte tegning fra Venedig, Leonardo underkastede "Vitruvian man" en række originale udviklinger

Fra udstillingen "La mente di Leonardo" afholdt in Firenze September 2006

* Dipartimento di Matematica, Università di Firenze, Italien.

Hovedafprøvning

af Brunetto Piochi

GENEREL BESKRIVELSE AF FORLØBET

Mål

For lærere

- Vejlede studerende fra teori til praksis
- Lade de studerende prøve øvelsen på sig selv, inden de udfører den med elever
- Give instruktion og feedback

For lærerstuderende

- Diskussion om måling og tilknyttede didaktiske argumenter
- Kendskab til den historiske udvikling af måling (i særdeleshed længde, vægt, kapacitet....)
- Udføre målinger med en bestemt enhed og arbejde med mål

For elever i grundskolen

- Udføre målinger med en bestemt enhed og arbejde med mål
- Kendskab til den historiske udvikling af måling (i særdeleshed længde, vægt, kapacitet....)
- Måling ved hjælp af internationale standard enheder
- Forstå betydningen af "tilnærmelse"
- Beregne middel- og median-værdier af et datasæt
- Præsentere målinger på en graf

Beskrivelse af gennemførelsen af forløbet

Øvelserne i SSIS blev gennemført med omkring 30 første års studerende med speciale i naturvidenskab. De studerende skulle opnå undervisningskvalifikationer i matematik og naturvidenskab i grundskolen.

Faser OG tidsplan:

- Introduktionslektion om måling og præsentation af Leonardo da Vinci's teorier (45 min)
- Øvelse med måling, databehandling og diskussion (1,5 timer)
- Forsøgsundervisning i klassen (3 timer)
- Afsluttende diskussion og endelig udkast af forslaget (45 min)

Efter en teoretisk introduktion til betydningen af måling og historie herom, blev de SSIS studerende præsenteret for en tekst af Leonardo da Vinci om "Vitruvio's mand". Blandt Leonardo's teorier valgte vi nogle, som passede bedst til en eksperimentel efterprøvning:

"Længden af en mands udstrakte arme er lig med hans højde"

"Fra albuen til spidsen af hånden er der en femtedel af hans højde"

"Fra underkanten af hagen til toppen af hovedet er der en ottendedel af hans højde"

De studerende målte hinanden og indtastede resultaterne i et Excel regneark for at eftervise om Leonardo's teorier var korrekte.

I den efterfølgende diskussionen, blev de studerende bedt om at svare på følgende spørgsmål, selvfølgelig med fokus på øvelsens didaktiske aspekt:

- Hvilke kompetencer er involveret i denne type øvelser? Hvilke forkundskaber er nødvendige? Hvilken indlæring sigter den imod?
- Hvilke vanskeligheder stødte du på under øvelsen? Tror du eleverne vil støde på yderligere vanskeligheder? Hvordan kan vi hjælpe dem med at løse disse vanskeligheder?
- Hvor meget og hvilke statistikker er involveret i øvelsen? Hvordan kan vi fange elevernes opmærksomhed og fokusere på tilnærmelses begrebet?

Senere gennemførte to studerende, som allerede underviste på en skole, en øvelse i en klasse: Dermed kunne de arbejde med kendte klasser og sætte øvelsen på undervisningsplanen. Øvelsen, som skitseret i den indledende diskussion, blev tilpasset den pågældende undervisning: Øvelsen blev gennemført i to 6. klasser i slutningen af skoleåret.

Eleverne (21 i én klasse, 26 i den anden, 11-12 år gamle) blev bedt om at måle nogle egenskaber på deres kroppe (højde, vægt, armlængde eller en fod,....). Derefter blev de bedt om at sammenligne de målte værdier (ved hjælp af en lommeregner i det ene tilfælde og Excel i det andet) for at finde konstanter eller betydende sammenhænge. I forhold til Leonardo's teorier, blev de bedt om at besvare følgende spørgsmål: Er der et konstant forhold mellem nogle anatomiske mål? Og mellem højde og vægt? Hvis forholdet ikke er konstant, hvad betyder det så, og hvilke indikationer giver det os?

Bagefter redegjorde forsøgslærerne for deres øvelse overfor de andre studerende og kommenterede nogle af de hypoteser, som blev fremsat under den indledende diskussion.

Til sidst blev der fremsat forslag til uddybende øvelser: Blandt de mest betydningsfulde eksempler er et studie af forbindelsen mellem undervisning i naturvidenskab via studiet af børns fysiske udvikling eller et link til historieundervisning for at finde stadig eksisterende spor af måleenheder, som benyttes på lokale markeder.

PRÆSENTATION

Temaet måling giver mange muligheder for øvelser med matematisk indhold. Øvelser med virkelig og konkret indhold, som ikke kun er begrænset til længde, vægt eller overflade. I den aktuelle undervisningspraksis vil vi dog mest være nødt til at begrænse os til sådanne størrelser på grund af praktiske forhold. Til daglig støder vi hele tiden på måleproblemer, men også situationer, hvor mål betyder andet og afviger en del: børskurser, tøj- og skostørrelser, valuta, statistiske opgørelser,... Vi får løbende nye og mere præcise måleinstrumenter i vores søgen efter den størst mulige nøjagtighed. Et slående eksempel er skiftet fra manuel tidtagning til elektronisk tidtagning indenfor sporten (atletik, skiløb osv). Disse indledende bemærkninger indikerer nogle af aspekterne i måling og mulige didaktiske tilgange kan identificeres.

Hvis måling betyder at fastsætte et tal, som udtrykker forholdet mellem en given størrelse og en foruddefineret måleenhed, kan man lave forskellige målinger på det emne, man ønsker at måle. Afhængig af "kvaliteten" af det emne, man ønsker at måle, kan man måle med forskellige "instrumenter", rækkende fra det menneskelige øje til de mest sofistikerede apparater. Skønt vi fremhæver vigtigheden af, hvilken rolle instrumenterne spiller, ønsker vi af afmystificere dem. Der findes ingen perfekte instrumenter, og de målinger vi laver, er altid tilnærmede. På samme måde findes der både målelige og umålelige størrelser, i enderne af måleskalaen etc.

Det er også velkendt, at før indførelsen af de nuværende standard måleenheder, var der en lang fase, hvor måleenheder blev fastsat vilkårligt. Kun til handelsbrug fandtes der en standardisering på enkeltmarkeder. Anvendelsen af forskellige enheder giver ingen problemer, hvis vort eneste mål er at lave en sammenligning eller en intern rangorden. Men hvis vi ønsker at videregive resultatet til andre eller sammenligne emner placeret forskellige steder, støder vi på nogle problemer. Vi har derfor behov for standardenheder, som er ens for alle, så vi kan sammenligne forskellige målinger og kommunikere resultatet til andre. Ved at anvende traditionelle måleenheder får vi den korrekte definition af mål og dets betegnelse ved hjælp af et tal efterfulgt af en måleenhed. (cm, kg, l,...) som entydigt identificerer en kvantitativ egenskab ved emnet (dimensioner, vægt, kapacitet,...).

For nogle elever er der stadig et stykke vej til at forstå dette; mere generelt sagt har mange studerende ikke en forestilling om værdien af et mål (hvor bredt er et vindue? hvor højt er et hus?, hvor mange flasker vand har jeg behov for, hvis jeg vil omdanne klasseværelset til et svømmebassin?)

Et startsted for en specifik didaktisk retning kunne være en vurdering af den korrekte anvendelse af nogle specifikke termer til afklaring af flertydigheden af bestemte ord i det talte sprog i forhold til, hvordan de bliver brugt indenfor forskellige fagområder (f.eks. bruger vi i almindeligt sprog udtrykkene "stor, lille" som reference til enten dimensioner eller alder, i forhold til intelligens eller indhold....). En mulig tværfaglig øvelse kunne være en udveksling med historielæreren om den historiske udvikling [*], som startede med den kommercielle revolution i det 13. - 14. århundrede, og som førte til vægt- og målekomiteen, der blev oprettet under den franske revolution[†],og som senere førte til indførelsen af de nu gældende konventionelle måleenheder.

[*] Denne region, såvel som mange andre regioner I Europa er rig på, eksempler på de første "konventionelle" enheder på mål på lokal basis: længde, vægt og kapacitet standarder er lokatiseret på pladser, hvor de locale markeder findes.

[†] Komiteer, som også involverede store matematikere som Lagrange, som var formand: Det er Lagrange vi skylder beslutningen om at indføre decimalsystemet.,.

Gamle længde- og volumen enheder på en markedsplads.

Vi fortolkede øvelsen med anatomiske målingen på denne måde: På den ene side giver den ideer til et historisk syn, og på den anden side giver den anledning til en refleksion over evnen til at måle.

Øvelsen blev præsenteret (to timer af matematikundervisningen) efter, at de studerende havde haft tid til at sætte sig ind i brugen af Excel regneark og omhandlede målinger af numerisk syntese, regressionslinie og korrelationskoefficient indenfor statistik. Selv om de sidste emner ikke var væsentlige for vores øvelse, er det alligevel godt for lærerne i det mindste at kende de grundlæggende begreber for at få en dybere forståelse af sammenhængen mellem de involverede data.

ØVELSE MED DE STUDERENDE

I den indledende lektion blev SSIS studerende præsenteret for nogle eksempler på "traditionelle" målinger, som blev indført lokalt i tidligere århundreder, før indførelsen af det internationale målesystem. De blev så bedt om at skitsere nogle mulige øvelser, som kunne hjælpe eleverne med at vurdere nytten af standard mål ved at bevæge sig hele vejen frem til identifikation af nogle vigtige længdemål.

Under diskussionen bemærkede de studerende, at mænd tidligere brugte dele fra deres krop til at måle længder eller hele kroppen som "reference vægt". Dette skyldes naturligvis, at det er "bekvemt" hele tiden, at bære på sit måleinstrument (på samme måde, er en arm bedre som "måleinstrument" til måling af længde end omfanget af brystet...). De subjektive værdier, som blev fundet via disse instrumenter, gjorde det dog nødvendigt at finde mere objektive målemetoder. Men findes der "anatomiske konstanter"? Man vil rimeligvis sige nej, og det vil være rigtigt, hvis vi ser på værdierne af de involverede størrelser. De studerende blev imidlertid stillet over for det forhold, at det kunne være anderledes, hvis man kiggede på forholdet mellem størrelserne[‡]; vi refererede til den velkendte tekst af Leonardo da Vinci om Vitruvio's mand.

Det blev bemærket, hvordan de fleste af Leonado's teorier ikke vedrører mål per del, men forholdet imellem dem. Denne betydning er meget naturlig: alt arbejde med

[‡] Studenterne blev bedt om at udføre amatomiske undersøgelser(Vi bemærker her, at SSIS studerende, som var involveret i øvelsen, var uddannede i videnskabelige discipliner, nogle af dem i biologi og derfor har begreber om sammenlignende anatomi), og samarbejde med historie, kunst og sport og udøvende lærere..

begreberne størrelse og mål, er enten relateret til matematik (længde af en linie, bredde af en vinkel), eller til naturvidenskab (masse, vægt. tryk, absolut eller relativ fugtighed), hvilket fører os til at tale om forhold. Måling er i sig selv grundlæggende et forhold. Det samme sker, hvis vi videregiver data, som er registreret under et statistik studie med bestemmelse af middelværdi, median samt beregning af procenter.

Arbejdet med forhold involverer imidlertid ofte heterogene størrelser, og det er ikke altid let eller muligt at arbejde med nye forholdsmæssige størrelser og med de rigtige måleenheder på det skoleniveau vi refererer til. Det er derfor, at henvisningen til at arbejde med homogene størrelser (så vi får hele tal som forhold), som kommer fra Leonardo's tekst, var ekstremt stimulerende for den indledende fase i vores arbejde.

En anden interessant ide kommer fra den mulige geometriske fortolkning af den konstante værdi, som disse forhold antager: Det kunne være direkte proportionale værdier, hvilket nemt kan checkes i et koordinatsystem, enten direkte eller ved anvendelsen af elektroniske regneark.

De studerende bidrog til udvælgelsen af nogle sætninger, som virkede anvendelige for eksperimentel efterprøvning:

"Længden af et menneskes udspredte arme er lig med dets højde"

“Fra albuen til spidsen af hånden er der en femtedel af dets højde”. [§];

“Fra underkanten af hagen til toppen af hovedet er der en ottendedel af menneskets højde"

Studerende måler hinanden

Den resterende del af lektionen blev brugt til en laboratorieøvelse, hvori de studerende målte hinanden og behandlede målingerne i et Excel regneark for at efterprøve, om Leonardo's teorier var rigtige.

[§]Dette udsagn førte straks til en interessant discussion: De første målinger gav resultater, som var helt forskellige fra de forventede (det valgte forhold var tættere på 4 end 5). Kun en mere præcis læsning af teksten og undersøgelse af den vedhæftede tegning fik de studerende til at bemærke, hvordan betydningen af "håndspidsen" skulle forstås for at måle korrekt.

.

"Vetruvio architetto mette nella sua opera d'architettura che lle misure dell'omo sono dalla natura disstribuite in quessto modo. Cioè, che 4 diti fa un palmo e 4 palmi fa un pie: 6 palmi fa un cubito, 4 cubiti fa un homo, e 4 chubidi fa un passo e 24 palmi fa un homo; e cqueste misure son né sua edifizi. Se ttu apri tanto le gambe che ttu cali da capo 1/14 di tua alteza, e apri e alza tanto le braccia che colle lunghe dita tu tochi la linia della sommità del capo, sappi che 'l cientro a sinistra e a destra della scala metrica delle stremità delle aperte membra fia il bellico, e Ilo spazio che si truova infra Ile gambe fia triangolo equilatero diti palimi palmi diti. Tanto apre l'omo ne' le braccia, quanto è lla sua alteza. Dal nasscimiento de'capegli alfine disotto del mento è il decimo dell'alteza de l'uomo. Dal disotto del mento alla somità del capo è l'ottavo dell'alteza de l'omo. Dal disopra del petto alla somità del capo fia il sexto dell'omo. Dal disopra del petto al nasscimiento de capegli fia la settima parte di tutto l'omo. Dalle tette al di sopra del capo fia la quarta parte dell'omo. La magíore largheza delle spaffi contiene in sé (la oct) la quarta parte dell'omo. Dal gomito alla punta della mano fra la quarta parte dell'omo. Da esso gomito al termine della ispalla fa la ottava parte d'esso omo. Tutta la mano fa la decíma parte dell'omo. Il membro virile nasscie nel mezo dell'omo. Dal disotto del pie al disotto del ginochio fia la quarta parte dell'omo. Dal disotto del ginochio al nasscimento del membro fia la quarta parte dell'omo. Le parti che ssi truovano infra il mento e 'l naso e 'l nasscimento de' capegli e quel de' cigli, ciascuno spazioper sè è ssimìle all'orecchi(i)o, è 'l terzo del volto[**]".

Vitruvius, arkitekten, siger i sit arbejde med arkitektur, at målene på den menneskelige krop er som følger: 4 fingre gør 1 palme, og 4 palmer gør 1 fod, 6 palmer gør 1 cubit; 4 cubit gør en mands højde. Og 4 cubit gør én pace og 24 palmer gør en mand. Længden af en mands udstrakte arme er lig med hans højde. Fra roden af hans hår til underkanten af hans hage er der en ottendedel af hans højde, fra toppen af brystet til roden af håret vil der være en syvendedel af en hel mand. Fra brystvorterne til toppen af hovedet vil der være en fjerdedel af en mand. Den største bredde af skuldrene indeholder i sig selv en fjerdedel af en mand. Fra albuen til spidsen af hånden vil der være en femtedel af en mand. Hele hånden vil være en tiendedel af manden. Afstanden fra underkanten af hagen til næsen og fra roden af hårene til øjenbrynene er i hvert tilfælde det samme, og det samme som øret, en tredjedel af ansigtet.

Under den efterfølgende diskussion blev de studerende bedt om at svare på følgende spørgsmål med fokus på de didaktiske aspekter af øvelsen:

- Hvilke kompetencer er involveret i denne type øvelse? Hvilke forkundskaber er nødvendige? Hvilken slags indlæring bliver fremmet?
- Hvilke vanskeligheder har du mødt under denne øvelse? Tror du skoleelever vil møde yderligere vanskeligheder? Hvordan kan de hjælpes over dem?
- Hvor mange og hvilke statistikker er involveret i øvelsen? Hvordan kan vi fokusere elevernes opmærksomhed på den acceptable tilnærmede værdi?

Selve øvelsen førte naturligvis til en diskussion om nøjagtigheden af de målte værdier, ud fra det faktum, at Leonardo's hypotese indeholder brøker. En sammenligning med værdierne fra øvelsen afhænger i væsentlig grad af den

[**] Leonardo da Vinci, Le proporzioni del corpo umano secondo Vitruvio, disegno, 1485-1490 (Venezia, Gallerie dell'Accademia – Gabinetto dei Disegni e stampe); cat. 228

accepterede tilnærmelse. Dette er et yderst svagt punkt, som bekræftet i overmål af erfaringerne fra klasseværelset: De studerende havde målt med en god tilnærmelse, hvorimod eleverne målte med en større variation, hvilket krævede en yderligere forfinelse af resultaterne før de kunne bruges.

Igen foreslog de studerende, hvordan undersøgelsen kunne føres videre: de foreslog at beregne median, standard afvigelse og andre syntetiske værdier ud fra målingerne.

Det stimulerende spørgsmål "på basis af disse målinger, hvilken betydning har udtrykkene *høj, kort, fed, tynd* ... antaget i disse målinger?" viste, hvordan andre målinger ikke kun er mulige, men uundværlige i denne sammenhæng for at besvare spørgsmålene, og hvordan det virker naturligt at indføre forhold mellem ikke homogene størrelser og derfor dimensionale enheder for måling. For eksempel for at definere tykkelsen af en person, kan man ikke gøre det uden at indføre begrebet "kropsmasse" udtrykt i g/cm. Ydermere bliver dette behov fremhævet, når det erklærede mål er, at introducere temaet forhold mellem ikke homogene størrelser.

Før vi gennemførte øvelsen i klassen, diskuterede vi, om det var passende set ud fra et psykologisk synspunkt, at tale om kropsforhold med teenagere. De studerende udtænkte nogle didaktiske udveje til at involvere alle uden at gøre nogen forlegne. Det skal også bemærkes, at (som det ofte sker) nogle af disse problemer, som var undervurderede af de studerende, blev stærk fremtrædende under arbejdet i klassen. Det var først, da læreren selv legede med og lod studerende måle ham, at problemerne blev helt overvundet med en positiv effekt på både succesen for øvelsen og det generelle klima i klassen

FORLØBET I KLASSERNE

Blandt de SSIS studerende meldte to sig til frivilligt at prøve øvelsen i deres klasser. Planen blev vedtaget under en kollektive diskussion og tilpasset de forskellige klasser og den aktuelle læseplan. Studerende, som fulgte øvelsen (klasselæreren og en anden studerende) blev bedt om at være opmærksomme på de punkter, der var fremhævet under diskussionen, og også at verificere de hypoteser, der var gjort om problemer samt om øvelsen var meningsfuld.

Eftersom øvelsen blev gennemført i slutningen af skoleåret, blev nogle af øvelserne let reduceret til fordel for andre, som syntes mere presserende eller betydningsfulde.

I det følgende giver vi et resumé af de studerendes slutrapport.

6. klasse, 3 timers arbejde, 26 elever

Øvelsen blev gennemført i sidste semester i en 6. klasse, som et middel til at repetere brøker samt nogle statistiske analyser og målinger. En øvelse, hvor eleverne måler sig selv og hinanden er engagerende og giver en slags "følelsesmæssig mobilisering", som begunstiger lærerens job.

Under opmålingerne opstod straks nogle naturlige problemer, som viste, hvordan nogle emner kun kan løses på en traditionel og aftalt måde. For eksempel, hvordan beregner du afstanden fra spidsen af hånden til albuen: fra indersiden eller fra ydersiden? Lignende problemer opstod under måling af længden af foden (selvfølgelig var der elever, som ikke ønskede at tage deres sko af...) og også kropshøjden for dem, som ville beholde deres sko på. Og eleverne fandt straks ud af, at målinger er ... helt forskellige, hvilket de nemt kunne spotte uden disse fejl, for de var bundet til at benytte unøjagtige instrumenter (lineal, trekant etc.): Det var ikke muligt for den samme dreng at være 154, 156, 158, 159 cm høj på samme tid! Dette faktum (i virkeligheden sagde det mere om målefejl og instrumenternes nøjagtighed end en lang forklaring) gav grundlag for en livlig diskussion, som til sidst resulterede i, at klassekammeraterne lavede hver sin måling, og den "officielle" måling blev medianen af de tre målinger[††].

Eleverne var især overraskede over, at i deres klasse havde forholdet mellem fodens længde og elevernes højde en procentuel frekvens på 78% med værdien 0,15 (bemærk at 1/7 er ca. 0,142857...). Af en eller anden grund overraskede denne opdagelse dem mere end andre. Under alle omstændigheder, fortsatte de på denne måde (og med lignende nøjagtighed...) efterprøvede de gyldigheden af de forskellige forhold, som Leonardo havde fremsat.

6. klasse, 3 timers arbejde, 21 elever

Klassen stilede højt og læreren troede ikke de ville få problemer med brøker og forhold. Han ønskede selv at introducere temaet med forholdsmæssige størrelser: For at gøre det, brugte han nogle data, som hans kollega havde givet ham og bad eleverne eksperimentere med nye forhold. For at fostre behovet for dimensionelle størrelser (i dette tilfælde g/cm, som aftalt med de SSIS studerende), foreslog læreren et studie af forholdet mellem brystmål og kropsvægt.

Dette forhold viste en større individuel variation udtrykt i kvalitative termer, skønt værdien blev 0,48 (defineret som en "tyk mave" ...) i 43% af tilfældene.

Læreren bad eleverne give en mere præcis angivelse af en mere eller mindre "tyk mave". Eleverne svarede, at "det er ikke nok at kigge på vægten!"; Læreren var ikke afvisende og bad dem fortsætte.

I skolens sundhedsværelse, som er udstyret med en vægt og et højdemåleinstrument, blev hver elev bedt om at tage sine sko af og stå op på vægten for at måle sin egen vægt. Kun nogle få elever (den højeste og den mindste og den tykkeste og tyndeste) var forlegne. Først bad læreren dem om hemmeligt at notere deres mål, men så blev de båret af den generelle entusiasme, hjulpet af det faktum, at læreren selv (klart den højeste og mest buttede) lod sig måle frivilligt.

Der blev udfyldt en tabel med navn, vægt og højde for hver elev i klassen. I starten blev vægten registreret i kg og højden i meter, senere, da der skulle dannes forhold,

[††] Et interessant spørgsmål blev behandlet af de studerende, da erfaringerne blev fortalt: Var det det "virkelige mål" af det målte emne? Eleverne havde antaget denne værdi som rigtig, men ingen kunne udelukke yderligere fejl.... de først malinger gav nogle resultater, edr var fuldsændigt forskellige fra, hvad der var forventet(forholdet var nærmere 4 end 5) Kun en mere præcis læsning af teksten gjorde at man kunne male mere præcist

blev disse mål ændret til gram og centimeter. I tabel 1 ses nogle eksempler på de målte størrelser.

I starten indeholdt tabellen ikke en kolonne med forhold. For at introducere dette begreb vendte læreren uforbeholden tilbage til tykkelse, og bad eleverne blive enige om, hvem der var tykke og tynde i klassen. Anmodningen skabte ophidsede argumenter: Claudia og Chiara P vejede begge 49 kg, men det var klart synligt, at den første var meget tyndere. Vægten alene var derfor ikke en god indikator for tykkelse; Det var imidlertid nemt at se hvorfor: Chiara var 1,58m høj medens Claudia kun var 1,50m. Men sammenligningen var ikke klar for alle par, og i hvert fald var det en kvalitativ sammenligning, medens læreren insisterede på at få kvantitative sammenligninger ved måling af hver enkelt persons "fedme".

Det var interessant, at skønt eleverne arbejdede med brøker i denne periode og havde øvelser med forhold, og selv om klassen var særlig højt stilende, som nævnt tidligere, tænkte ingen af eleverne på at dividere vægten med højden, formentlig på grund af, at de involverede størrelser ikke var homogene. Til sidst foreslog læreren divisionen og ved hjælp af en lommeregner blev den tredje numeriske kolonne i tabellen tilføjet.

Elev	**VÆGT (i gram)**	**HØJDE (i cm)**	**FORHOLD (approksimeret)**
Alessandro	46.000	142	323
Chiara L.	34.500	147	234
Chiara P.	49.000	158	312
Claudia	49.000	150	326
Ester	26.000	122	213
Fabio	50.000	144	347
Francesco	42.000	145	289
Franco	31.000	141	219
Gianna	61.000	151	403
Giorgio	50.000	153	326
Giovanni	41.000	142	288
Giulia	45.000	148	304
Loretta	35.000	138	253
Marcello	45.000	150	326
Marco	41.000	142	359
Marta	33.000	136	242
Maurizio	59.000	148	398
Michele	48.000	145	331
Prof.	84.000	174	482 **MAX**
Sunita	51.000	153	333
Susanna	30.000	142	196 **MIN**
Yu Lin	38.000	144	263

Elevernes vægt og højde i forsøgsklassen

Endelig blev eleverne bedt om at diskutere betydningen af Chiara P.'s 312 g/cm i forhold til CL's 326 g/cm. Nogle udtrykte den idé, at dividere 39000 gram med 138 cm er lige som at skære vægten ud i 138 dele, hver 1 cm høj, vores forhold kunne betragtes som udtryk for vægten af en "steak, som kunne tages fra hver af os" via horisontale snit. Læreren accepterede ideen, og påpegede, at det var nødvendigt at tænke på eleverne, som om de havde en perfekt cylindrisk form, bestående af et homogent materiale, eller nærmere klarlægge, at det var en "middel" steak (og dermed kunne han repetere begrebet "aritmetisk middelværdi").

Til sidst sammenlignede hver elev deres "middel steak" med de andres; selvfølgelig var den største steak matematiklærens: næsten et halvt kilo!

Det blev på dette tidspunkt foreslået i begge klasser, at præsentere størrelses-parrene som punkter af par i et koordinatsystem. Første forsøg blev gjort manuelt: selvfølgelig krævede det lille måleområde nogen tilpasning, men det var en god mulighed for at præsentere eleverne for brugen af millimeterpapir og begrebet en skala. Her så lærerne resultaterne af de tidligere diskussioner om tilnærmelsesfejl: Også her viste den mest uordentlige elev stor opmærksomhed til præcision i repræsentationen.

Repræsentationen af forholdene, som foreslået af Leonardo, gav ikke yderligere problemer, og eleverne kunne finde eksistensen af den forudsagte direkte proportionalitet. På den anden side opstod der flere problemer med repræsentationen af forholdet vægt-højde, begyndende med behovet for at etablere forskellige skalaer på de to akser. Til sidst fik de et multiplum af punkter, som fremhævede det faktum, at der ikke eksisterer nogen klar proportionalitet mellem de to størrelser[‡‡].

EN EFTERANALYSE AF LEKTIONEN I KLASSEN

Efter at de studerende havde fortalt om deres oplevelser i klasserne, fokuseredes diskussionen på de vanskeligheder de mødte og på mulighederne for yderligere udvikling af temaet.

Det blev bemærket, hvordan øvelsen naturligt rejste matematiske og statistiske spørgsmål (tilnærmelser, grafisk repræsentation), som det er vanskeligt at behandle på anden vis.

FORSLAG TIL YDERLIGERE UDVIKLING

Ved slutningen af den endelige diskussion, foreslog én af de studerende (som for nylig blev moder) en øvelse, som kunne være en naturlig udvikling af den

[‡‡] Arbejdet stoppede her, men det ville ikke være svært at introducere korrelationskoefficienten og tegne den mulige regressionslinie mellem de to størrelser ved hjælp af et regneark. Disse emner rækker længere end det skoleniveau vi referer til. Det er her værd at beskrive en lignende erfaring med 15 år gamle studerende, hvor vi prøvede at finde mulige korrelationer mellem højde og vægt (omkring 0,8 for denne klasse), mellem højde og middelværdi af opnåede karakterer i matematik (meget mindre end 0,5) og mellem vægt og opnåede karakterer i matematik (normalt ikke mere end 0,65 i dette tilfælde) med interessante emner for diskussionen om betydningen af værdier med statistiske korrelationer.

gennemførte øvelse. Hun medbragte kopier af to standard pædiatriske filer, med indikationer på udviklingskurver (forskellige for mænd og kvinder) for de to betragtede størrelser. På disse kunne man afsætte de opnåede målinger og bede eleverne om at få deres egne udviklingsdata i forskellige aldre hjemmefra og afsætte dem på grafen.

Denne øvelse kan benyttes i matematik til at introducere begreberne graf, funktion, procentkurve på et konkret eksempel tæt på elevernes interesser; indenfor naturvidenskab (måske med understøttelse af en læge) kan øvelsen måske anvendes til at introducere begreberne "kropsudvikling" og alder og individuelle variationer i denne udvikling.

Der blev fremsat endnu et forslag til udvidelse af øvelsen, både til at eftervise andre af Leonardo's påstande om elevers anatomi, og, via et samarbejde med kunstlæreren, undersøge disse forhold på klassiske statuer (måske også tegninger på internettet). Som følge af det blev det foreslået både at bruge internettet og organisere enkelte ture i regionen. De studerende kunne blive ført til opdagelse af de første spor af "lokale traditionelle" måleenheder og sammenligne for eksempel "armen", som lokalt blev brugt som måleenhed på forskellige markeder, med den virkelige længde af en arm. Derved kunne de blive ført videre til statistisk undersøgelse af forøgelsen af menneskets middelhøjde og -vægt over tiden. En søgning i en samling af gamle offentlige eller familiebilleder kunne være en måde at hjælpe eleverne til at forbinde observationer og efterprøve hypoteser.

LITTERATUR

Boyer C. B. (1990), Storia della matematica, Milano, Mondadori

Cambi F. et al. (2001), L’Arcipelago dei saperi II, Area Matematica, Le Monnier, Firenze

Ferrari D. (2005), Qualità nella misurazione: introduzione alla metrologia e guida applicativa, Milano, Franco Angeli

Piscitelli M., Piochi B. et al. (2001), Idee per il curricolo verticale. Progettare percorsi in Lingua, Matematica e Storia, Tecnodid, Napoli

UMI-CIIM (2001), Matematica 2001, Materiali per il XXVII Convegno Nazionale sull’Insegnamento della matematica, Ischia, 15-17 Novembre 2001

Andet forløb

af Yves Alvez, Jean-François Chesné og Marie-Hélène Le Yaouanq*

PRÆSENTATION AF ØVELSESFORSLAGET

Denne øvelse handler om indsamling og analyse af data, og viser hvordan seminarielærere ønsker at sammenkæde forskellige moduler i uddannelsen af matematik lærere.

Hvert år går mellem 50 og 80 matematik lærerstuderende (PLC2'ere) gennem IUFM uddannelsen i Creteil. Det indeholder et 42 timers modul med praktisk klasseundervisning i matematik (modul A). Modulet skal i samarbejde med undervisningsvejlederen hjælpe praktiklæreren med hans/hendes opdagelse af lærerfaget og med at opbygge hans/hendes professionelle erfaring ved at give ham/hende undervisningsredskaber så vel som pædagogiske og didaktiske elementer at arbejde med (pensum, udarbejde planer, forberedelse af forløb og lektioner, evaluering, opmærksomhed på elevers forskellighed, matematisk indhold, specifik arbejde i algebra eller geometri...)

Det indeholder også et sandsynligheds-statistik modul (modul S), som består af 12 obligatoriske timer og seks valgfrie. Formålet med modulet er, at opmuntre de studerende til at give statistik dets rette placering indenfor matematikken når der undervises i skolens ældste klasser.

Gennemførelsen af dette modul kræver selvstændigt arbejde med computer for at blive fortrolige med brugen af regneark og grafisk statistiksoftware (integrerede funktioner, adressering, opfattelsen af variable, algoritmebegreber etc.). Endvidere kræver det opsætning af praktiske eksempler med klasseundervisning for at udforske grafiske værktøjer og beskrive statistiske metoder: numeriske og grafiske karakteristika, sammenligninger og fortolkninger.

Som ved ethvert øvelsesinitiativ, bliver beskrivelsen og vurderingen gennemført i to niveauer: Fra lærer til studerende, og den for lærerne interessante, de studerendes praktiske undervisning og dennes virkning på eleverne.

Vi vil derfor specificere vores mål og indledende forventninger til de studerende, og dernæst vil vi introducere øvelsesforløbet, som det blev gennemført dette år dvs. dets udvikling fra start til slut. Dette vil blive efterfulgt af en efteranalyse, stadig på to niveauer, på lektionen, som blev gennemført af en studerende i klassen, og en mere global på hele øvelsen. Endelig vil vi formulere nogle fremtidsperspektiver, som blev tilbudt os som IUFM studerende i Creteil og som deltagere i projektet LOSSTT IN MATH.

* Institut Universitaire de Formation des Maîtres – IUFM de Créteil, Frankrig.

EN INDLEDENDE ANALYSE

Dette emne (foreslået af IUFM i Creteil indenfor projektet LOSSTT IN MATH og tæt knyttet til forslaget om kropsmålinger) kombinerer to nøglebegreber indenfor statistikundervisning af skolens ældste klasser. Den første kan defineres som undervisning af matematikken (se pensumplan og officielle anvisninger). Den anden har til formål at udvikle studerendes kritiske vurdering og deres evne til at distancere sig selv fra indholdet. Integrationen af nye teknologier, som halvdelen af modulet blev brugt til, tæller selvfølgelig også i forslaget.

Ligesom for procedurerne, er de udarbejdet med henblik på praktisk øvelse og ikke kun fremlægning, og med vilje til at reagere på både de erkendelsesmæssige og de formidlingsmæssige dele af undervisningen.

For at være mere specifikke, er vores mål med dette forslag:

- At gøre studerende fortrolige med anvendelsen af regneark og vise dem dets værdi som undervisningsredskab
- At få studerende til at reagere som elever ved at bede om at gøre det, de bagefter bliver bedt om at videregive til deres egen klasse (modellerings strategi)
- At indføre begreberne aritmetisk middelværdi, standard afvigelse og variationskoefficient for at datasæt.
- At introducere et historisk dokument ("Da Vinci's mand") og bruge det som en hjælp til at studere de matematiske begreber.
- Få de studerende til at gennemføre lektionen effektivt med deres elever.
- At udvikle en relevant anvendelse af lommeregneren i klasseundervisningen.

UDVIKLING

Træningsøvelsen gennemføres i 4 trin.

- To lektioner anvendes til at beherske anvendelsen af regneark
- Under en efterfølgende lektion får de studerende forskellige øvelser bl.a. "da Vinci's mand"
- En studerende giver en lektion i klassen
- Retur til de studerende for feedback

1. trin

To 3 timers lektioner benyttes udelukkende til at lære de studerende regnearksfunktioner (og anden specifik software relateret til statistik). Under den første lektion introducerer læreren regnearkets tekniske begreber og komponenter samt dets grundlæggende karakteristika som specificeret i pensummet. Dernæst skal de studerende gennemføre nogle øvelser (inklusiv arbejde med adressering). Den anden lektion benyttes mere specifik til anvendelse af regnearket indenfor statistik (statistiske funktioner og simulation af tilfældige eksperimenter). To lærere gennemfører hver lektion for omkring femten studerende.

2. trin

Under øvelseslektionen, får de studerende tre øvelser, som fokuserer på spredningen af en serie og begrebet tilfældighed. De agerer elever i alle øvelserne.

3. trin

Den filmede lektion foregår i en frivillig studerendes klasse uden nogen form for institutionel vurdering. Under et forudgående møde, umiddelbart før lektionen, har den studerende introduceret klassen og præsenteret sit projekt for én af lærerne. På samme måde, vil hun efter lektionen give nogle kommentarer "på stedet".

4. trin

For at få det føjet ind i udviklingen af øvelsesplanen, gennemførtes vurderingen af øvelsesmodulet efter gennemførelsen ret sent. Den studerende som gennemførte lektionen fortalte de andre om sine følelser over at blive filmet og giver en kort efteranalyse af lektionen. De andre studerende bryder ind med spørgsmål. Ligesom i øvelsen "Introduktion til proportionalitet i geometri", kunne der ikke foretages nogen vurdering af videooptagelsen på dette tidspunkt, da dette ikke var en del af de studerendes øvelsesplan.

"HOMOLOGI": UDDANNELSE VIA MODELLERING

En hurtig genopfriskning af begrebet modellering

Seminarielærerne overfører deres matematikundervisningsbegreber ved at anvende dem i de lektioner de giver. De studerende forventes dernæst at implementere de lektioner de har lært som elever, til eleverne i deres egen klasse. Modelleringsstrategier afviger fra kulturelle strategier (hvor læreren giver lidt information videre), fra demonstrationsstrategier (hvor lærere overføre en undervisningsøvelse ved at gennemføre den i sin klasse) og fra overførselsstrategier (hvor læreren overfører referentiel viden om undervisning og prøver at udnytte overførselsfænomenet ved hjælp af de studerende).

Øvelseslektionen (45 minutter) [*Dette trin blev videofilmet*]

En lærer udleverer "da Vinci's mand" tegningen og den tilhørende tekst til de studerende (se appendiks). De studerende gennemlæser begge dokumenter hurtigt, og læreren foreslår så, at de skal fokusere på en enkelt påstand i teksten "Tanto apre l'omo nelle braccia quanto e la sua alteza" ". De studerende bliver bedt om at gå sammen parvis og måle længden af hinandens udspredte arme (A) og højde (H). Læreren viser hvordan. Hver studerende beregner så forholdet R = A/H afrundet til 0,01 og skriver anonymt værdierne A, H og R på tavlen. Læreren påpeger eksperimentelle forholdsregler. I mellemtiden indtaster den anden lærer værdierne fra tavlen i et regneark. Derefter skifter interessen til den statistiske serie af R værdierne og dermed bliver spørgsmålet om spredningen af serien taget op. Efter at have bestemt spredningen, foreslår de studerende at beregne middelværdien og standard afvigelsen: Læreren benytter denne mulighed til at pointere forskellen mellem standard afvigelsen af en prøve og af en population. De studerende udfører alle beregningerne ved hjælp af en lommeregner, medens en af lærerne gør det samme i regnearket. For at forfine vurderingen af spredningen, foreslår én af lærerne, at de studerende skal beregne koefficienten af variationen (uden dimensioner) og stiller dem spørgsmål om mulige tolkninger af disse tre parametre. Blev formålet med øvelsen dvs. søgningen efter en mulig eksperimentel eftervisning af Da Vinci's påstande opfyldt?. Hvilken betydning kan vi tillægge værdien af den opnåede variationskoefficient (≈4%)? To yderligere øvelser under dette modul (én med alderen på lærerne, den anden tabeller med tilfældige tal) vil gøre det muligt for os at give nogle svar.

I slutningen af øvelsen introducerer lærerne projektet LOSSTT-IN-MATH og spørger efter frivillige til at gennemføre en lektion med eleverne. Lærerne foreslår de studerende, at de skal tilpasse lektionen til deres egen klasse (indhold og procedurer: for eksempel begrebet standardafvigelse indgår ikke i seminariets pensum), baseret på, hvad de har erfaret og synes.

LEKTIONEN I KLASSEN*(50 MINUTTER)*

Præsentation af konteksten [*Dette trin blev videofilmet*]

Den filmede lektion gennemføres indenfor rammerne af en "opdagelsesrejse" i en tredje klasse på Jean Charcot de Fresnes College, i Val de Marne distriktet. Charcot College, som tæller 330 elever og 25 lærere er en "ret lille" skole.

Med fuld undervisningstid er disse "opdagelsesrejser" obligatoriske. De udgør 2 timer af den ugentlige undervisningstid for alle elever i den mellemste del (andet og tredje år i grundskolen). De er tilføjet de obligatoriske fag ved at kombinere mindst to discipliner struktureret omkring et fælles tema indenfor et af følgende 4 områder:

- Natur- og menneskevidenskab
- Kunst og humaniora
- Sprog og kultur
- Design og teknologi

Hver "opdagelsesrejse" varer mellem 12 og 13 uger med perioder for præsentation, læring, arbejde og evaluering inkluderet. Så i løbet af et skoleår deltager eleverne i den mellemste del i to "opdagelsesrejser".

POpD, som den studerende arbejder på i samarbejde med en fransk lærer, dækker følgende emne "Rejse jorden rundt". Den anden del af studiet benytter statistiske data i relation til den Europæiske Union med følgende mål for matematisk indhold:

- At læse og forstå en graf eller et diagram
- At beregne heltal, frekvens, akkumuleret frekvens, akkumuleret heltal og middelværdi
- Præsentere en statistisk serie som et regneark eller diagram

Lektionen gennemføres efter at have studeret det valgte emne. Eleverne kan derfor allerede benytte de ovenfor nævnte redskaber. Til sidst skal det bemærkes, at de elever, der deltog i lektionen, ikke kommer fra samme klasse: De kommer fra forskellige 3. års klasser og er samlet 2 timer om ugen (en timer med den franske lærer og en time med matematiklæreren).

Udvikling af lektionen

1. Periode (15 min.)

Læreren udleverer den første øvelser til eleverne og viser da Vinci's tegning. Hun stiller nogle få spørgsmål om da Vinci og dernæst om selve tegningen: Eleverne skal undersøge felterne, armene og manden (fra top til tå). Læreren undersøger også linierne i tegningen og beder eleverne om at tænke over, hvad de ser. Med hjælp fra læreren foreslår eleverne, at mandens armspænd er lig med hans højde. En elev sendes til tavlen og skriver den konkluderende sætning: "En mands højde og armspænd er lige store".

2. Periode (15 min.)

Efter at en elev har læst instruktionerne op, udfører læreren selv i samarbejde med en anden elev den opgave, de alle skal udføre: Eleverne sættes nu sammen parvis og måler hinanden. Læreren tillader 4 piger at blive sammen. Hun går rundt blandt eleverne og hjælper nogle af dem. Så snart målingerne er taget, går eleverne tilbage til deres pladser for at beregne forholdet.

3. Periode (20 min.)

Læreren udleverer den anden opgave til eleverne og skriver de opnåede forhold på tavlen. Det er dog mærkeligt, at flere elever opgiver 1 som A/H værdi. Eleverne bestemmer minimum og maksimum for de opnåede værdier og beregner middelværdien (som er nøjagtig 1!). Læreren prøver nu, at få eleverne til at gennemgå det, de netop har lavet, ved at stille spørgsmål til dem især om betydningen af A/H. Perioden slutter med følgende konklusion på tavlen: "Forholdet er tilnærmelsesvis lig med 1. Armspænd og højde er derfor lig med hinanden".

Lektionen ender med at læreren giver hjemmearbejde, som skal være færdiggjort til næste lektion.

EN EFTERANALYSE AF LEKTIONEN I KLASSEN

Eleverne sidder i U form i rummet.Elevernes opgaver var velforberedte, scenariet (se appendiks) har netop forudset de forskellige perioder, som læreren havde planlagt, og tidsforløbet af lektionen er defineret.

Den fælles instruktion, som læreren giver, er meget nøjagtig, hendes toneleje er meget bestemt. Individuel hjælp bliver imidlertid givet hyppigt og venligt.

Eleverne benyttede i det store og hele deres lommeregnere korrekt til at bestemme middelværdien af de tal, der var skrevet på tavlen. Der kan være tvivl om, om valget af A/H forholdet var relevant for tredje års elever. Adskillige spørgsmål fra eleverne under hele lektionen viser en temmelig svag forståelse for at forholdet A/H = 1 betyder A = H. Nøjagtigheden af A/H forholdet i forhold til fraværelsen af en enhed synes ikke at have påvirket eleverne.

Det aktuelle forløb af lektionen fulgte lærerens oprindelige plan. (Under det efterfølgende møde straks efter lektionen, betegnede hun sig selv som "tilfreds med den måde lektionen forløb på").

Overgangen fra undersøgelse af tegningen til gætterier forløb stort set ved hjælp fra læreren og på meget kort tid, og det kan siges, at dette trin ikke var elevbaseret. Læreren starter systematisk med de svar, hun ønsker at høre fra sine elever. "Topaze effekten" er hendes manifest. Man kan måske mene, at det er hendes måde at styre forløbet af lektionen på. Men det, der for eleverne skulle have set ud som en hypotese, der skulle eftervises eksperimentelt, ændrede sig faktisk til at blive et faktum, der skulle opfyldes uanset, hvad det kostede, selv om det betød gentagelse af målinger eller justering af måleresultaterne til nærmeste mm for nogle af elevernes vedkommende.

EN EFTERANALYSE AF ØVELSEN

En modelleringsstrategi sigter hovedsagelig på at give en lektion, som de studerende betragter som anvendelig i klassen. I hvert fald blev det valgte indhold og gennemførelsen betragtet som "godkendt" af de studerende, uden at lærernes valg nødvendigvis blev accepteret uforbeholden. Formålet med at lade de studerende spille rollen som elever var mere at øge deres spørgelyst vedr. de fastsatte opgaver, hvilket muligvis ikke ville være sket på anden måde.

Hvad kan nu udledes af lektionen i klassen? Øvelsesdokumenterne blev fuldstændig genbrugt, den indledende organisering af eleverne kan betegnes som god, men den didaktiske udførelse, som blev introduceret under den forudgående øvelse, manglede totalt. De studerende skulle vurdere gyldigheden af Vinci's teorier og anvende statistiske metoder, men eleverne prøvede kun at "gå ind i da Vinci's felt". Men kunne lektionen, som den frivillige studerende havde sammensat, få dem til at gøre det anderledes? Bestemt, det så faktisk ud til, at hun havde vanskeligheder ved at tilpasse den lektion, hun var blevet præsenteret for under den forudgående øvelse, til elever i 6. klasse og lavere.

Hun opfattede kun fraværet af standard afvigelsen som fjernelsen af et overflødigt redskab (og som resultat heraf også af variationskoefficienten). Men i stedet kastede det alvorlig tvivl over de valg, der blev foretaget i en sådan lektion. Det er derfor rimeligt at overveje, om det eksperimentelle arbejde med målinger og beregninger af forholdene derfor burde gøres inden introduktionen af da Vinci's tegning og tekst. Derved kunne eleverne blive gjort fortrolige med eksistensen af en lov, som de med deres nuværende viden, hverken kan validere eller ikke. Dette valg ville sammen med en samlet snak forstærke lærernes kritiske tilgang og evne til at gå et skridt tilbage, hvilket var målet med læringen.

KOMMENTARER

Hovedproblemet, som seminarielærere møder i den tidlige uddannelse af matematiklærere, er at vide, hvad der under uddannelsen af en ny lærer falder ind under professionel læring generelt og mere specifikt, hvad der kan læres under skolepraktik. Det er nu om dage velkendt, hvor vigtig en lærers metakognitive fremstilling (af matematisk indhold, at undervise dette, matematikkens rolle i skoleåret, lærer/elev relationer) er for deres undervisning. Det er også kendt, at ikke alle "konstruktioner" (betydning: præcist konstruerede læringsprojekter) kan anvendes i praksis, og blandt dem der kan, er det ikke alle, som kan anvendes af den samme lærer. (se A. Robert)

En modellerings øvelsesstrategi kan være et kompromis, som både giver mulighed for klassesituationer og mulighed for de studerende til at stille spørgsmål til standpunkter vedrørende matematik og deres undervisning, som de kan have antaget mere eller mindre bevidst.

Der her præsenterede øvelsesforslag synes at vise, at selv om en sådan strategi giver mulighed for ændringer i den praktiske øvelse med elevstyring og i valget af øvelser, hvis det giver den studerende mulighed for "at gøre noget som virkelig virker i klassen" (ifølge dem selv), virker det ikke som om det er tilstrækkeligt: Den studerende havde ikke gjort det nødvendige arbejde for succesfuld tilpasning. Kunne det være gjort på dette trin? Kan øvelser lette det? Før eller efter eksperimenter i klassen? Hvordan kan video udnyttes under tidlig undervisning uden at den studerende føler sig som filmet? Og på bredere basis, hvilke indvendinger er der til seminarielærerens øvelse? Vi håber, at præsentation og gensidig sammenligning med forskellige partnere i dette projekt kan gøre os i stand til at få svar på nogle af alle disse spørgsmål.

LITTERATUR

Alvez, Y., Le Yaouanq, M.-H., Chareyre, B., Careme, Y., Cleirec, N., Gastin, H., Guillemet, D. & Saint Raymond, C. (2003-2006). *Collection Math'x: seconde, collection Math'x 1S, collection Math'x TS*. Editions Didier.

Henry, M. (1994). *L'enseignement des probabilités: perspectives historiques, épistémologiques et didactiques*. IREM de Besançon.

Quetelet, L. A. J. (1864). *Histoire des sciences mathématiques et physiques chez les Belges*.

Robert, C. (2003). *Contes et décomptes de la statistique: Une initiation par l'exemple*. Éditeur Vuibert.

Vitruvius Pollio Marcus, *Architecture, ou Art de bien bastir*. French translation by Martin, J. (1547). París: Jacques Gazeau.

Tredje afprøvning (på Skårup Seminarium) og konklusioner

af Brunetto Piochi

Et af de store problemer lærere møder under den indledende matematiklæring er, at sammensætte det generelle kendskab til emnet (som de studerende må have lært under tidligere studier) med måden at "lære at undervise" for elever. Det er i dag velkendt, hvor vigtigt lærernes metakognitive præsentation (af matematisk indhold, at undervise i dette, matematikkens rolle i skoleåret, lærer/elev relationer...) er for deres undervisning. En modellerings øvelsesstrategi kunne derfor være et kompromis, som både giver mulighed for klassesituationer og mulighed for studerende at gennemgå specifikt indhold og stille spørgsmål til standpunkter vedrørende matematik (eller specifikke begreber indenfor matematikken) og deres undervisning, de kan have antaget mere eller mindre bevidst

Begge partnere prøvede øvelsen på en sådan måde, at det blev en lektion i "modellering" dvs. foreslå de studerende at gennemføre en øvelse, som øvelsen senere skal gennemføres i klassen. Den følgende diskussion gjorde de studerende i stand til at strukturere et forslag, som ikke alene medtog de matematiske hovedbegreber indenfor måling, men også nogle (både praktiske og teoretiske) handlinger, som de selv opfandt. Den første fase, måling af dele på deres egen krop, virkede som en motivationsfaktor for alle studerende (som for eleverne i den efterfølgende implementering i klassen), men mest af alt kunne de opleve de fleste af de problemer, der senere opstod i øvelsen med eleverne: For eksempel følte nogle af de studerende sig lidt tilbageholdende, når de blev bedt om at videregive personlige egenskaber. Hele øvelsen gjorde det muligt for dem at lave en finere foranalyse, og når de befandt sig i situationen i klassen, kunne de reagere mere prompte og passende overfor uforudsete hindringer.

Forskellen mellem de to partneres forløb lå hovedsagelig i følgende:

- I dataindsamlingsfasen: IUFM udnyttede denne øvelse som et eksempel både på at indsamle og analysere statistiske data. SSIS gav de studerende mere organisatorisk frihed, da formålet var at strukturere en laboratorielignende øvelse (for begge partnere var det også en god mulighed til at understrege, at elever kan "bevæge sig og gøre noget" i klassen)
- Forbinde øvelsen med andre temaer:
    - for IUFM: brug af software, læse et historisk dokument og uddannelse til medborgerskab
    - for SSIS: almen tilgang til historie om måling og introduktion af forhold mellem ikke homogene størrelser

SSIS's valg, ikke lave en fast struktur for analysen af de indsamlede data, gav plads til en mindre kompliceret og et mere involverende arbejde med de studerende i den indledende fase, men viste sig at være mindre virkningsfuld i fasen med sammenligning af erfaringerne fra klasseundervisningen. Dette kunne imidlertid ikke være undgået, fordi situationen hos SSIS er, at kurserne er karakteriseret ved, at mange studerende (men ikke alle) allerede underviser i en klasse, og øvelsen skal inkluderes i den bestående læseplan. Modsat er det for alle studerende i Creteil første år med undervisning som deltidslærere under supervision af en vejleder. Til trods for en sådan guidet øvelseslektion, var det ikke nemt for dem at tilpasse øvelsen til deres egen klasse.

Ud over de to partnere blev forslaget også delvist forsøgt på Skårup Seminarium (af Seminarielektor Helge Thygesen). Ved dette forsøg gennemførte de studerende kun den første fase af forslaget: måle dem selv og diskutere opdagelserne. Først forsøgte de at eftervise hypotesens rigtighed: "At længden af en mands udstrakte arme er lig med hans højde". Dette viste sig nemt at være sandt ved hjælp af nogle målinger og et simpelt Excel regneark. Men de studerende havde tidligere arbejdet med det gyldne snit, så læreren bad dem eftervise, at forholdet mellem højden og afstanden fra navlen til jorden i almindelighed er lig med det gyldne snit. Den efterfølgende evaluering førte dog til konklusionen, at det ikke er sandsynligt, at der findes et sådant standard forhold: De individuelle resultater varierede for meget fra de forventede resultater. Men igen fremkom der interessante betragtninger om matematik og kunst.

Lektionerne i Skårup sluttede med at tale om måling af børnene i skolen. Konklusionen blev, at det var en meget god ide, at lade børn måle sig selv. De studerende foreslog, at en sådan øvelse bestemt ville være af interesse for børnene og kunne skabe interesse i gamle danske mål som "favn" og "fod", som åbenbart stammer fra kropsmål

Et punkt fortjener dog at blive fremhævet: Læreren må være forsigtig, når det handler om kropsmål på teenagere. I begge øvelser måtte de studerende udtænke nogle didaktiske udveje for at undgå at genere nogen, og øvelserne i klasserne afslørede, hvor meget psykologiske problemer kan betyde. Problemerne blev kun helt overvundet, hvor læreren involverede sig selv i øvelsen. Det var i virkeligheden nøglen: læreren blev undervisningsmodel, da man stod overfor at skulle acceptere ens "afvigelse" fra standardopfattelsen af kropsfiguren.

Den foreslåede øvelse nåede i væsentlig grad sine mål, både for de studerende og for grundskoleeleverne. Det samme skete ved forsøget i Skårup. En sådan øvelse (generelt enhver øvelse, som er inspireret af modelleringsstrategien) gør helt sikkert de studerende i stand til "at gøre noget som virkelig fungerer i klassen" ifølge de studerende på IUFM i Creteil. Det syntes imidlertid ikke tilstrækkeligt: Det er ikke altid lykkedes de samme studerende helt at gennemføre den nødvendige tilpasning til et succesfuldt undervisningsforløb. Der rejser sig derfor nogle naturlige spørgsmål, som hovedsagelig bekymrer lærerne, hvordan kan læring via modellering blive forbedret til at overvinde dette gab.