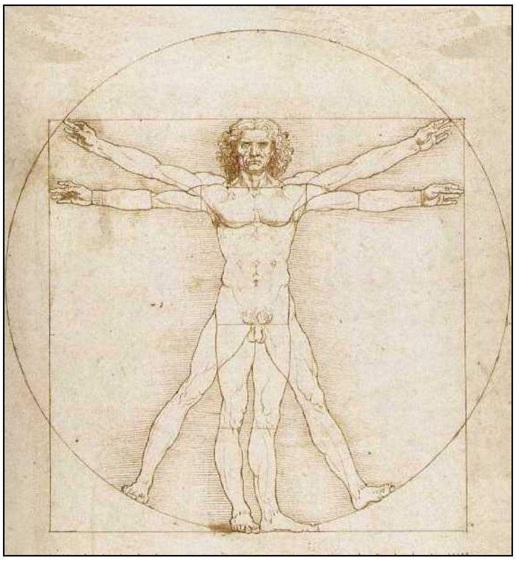
LES MESURES DU CORPS HUMAIN

par Brunetto Piochi*

INTRODUCTION

L'activité sur les mesures du corps humain est liée à la mesure et à des thèmes provenant de l'arithmétique (rapports et proportions) et de la statistique (moyenne, médiane, corrélation…). Les deux partenaires ont construit et piloté cette activité de telle manière qu'elle peut aussi bien être utilisée pour proposer aux élèves d'aborder des thèmes empruntés à l'histoire des sciences que pour une initiation au calcul sur ordinateur et à la représentation graphique des mesures.

On a demandé aux stagiaires d'effectuer des mesures de leur propre corps (taille, poids, longueur des bras, etc.). A partir de ces mesures, des calculs arithmétiques ou statistiques sont effectués à l'aide du logiciel EXCEL, tout en cherchant également des rapports significatifs ou des corrélations avec les hypothèses de Léonard de Vinci sur l'anatomie du corps humain. Les stagiaires mèneront des activités semblables en classe avec des élèves et les résultats de leur expérimentation feront ensuite l'objet d'une discussion avec eux.



L'homme de Vitruve, de Léonard de Vinci

Leonardo studies the proportions of the human body and its commensurability with the perfect geometric forms (the circle and the square). This was scientific analysis that had both cosmological meanings (the correspondence between micro-and macrocosm) and artistic ones (correctly representing the human figure and designing architecture based on the proportions of the human body). In this famous drawing from Venice, Leonardo subjected the "Vitruvian man" to a series of original development.

Exposition 'La mente di Leonardo", Florence, Septembre 2006

* Dipartimento di Matematica, Università di Firenze, Italie.

Le pilotage principal

par Brunetto Piochi

VUE D’ENSEMBLE DE L’ACTIVITE

Objectifs

Pour les formateurs

Aider les stagiaires à effectuer le passage de la théorie à la pratique.

- Permettre aux stagiaires d’expérimenter eux-mêmes une activité, avant de la proposer à leurs élèves
- Donner des consignes et un feedback.

Pour les stagiaires

- Discuter sur la mesure et sur des questions didactiques connexes.
- Connaître l’évolution historique de la mesure (particulièrement longueur, poids, capacité …).
- Expérimenter le fait de mesurer par rapport à une unité de mesure donnée et faire un travail sur les mesures.

Pour les élèves du secondaire

- Expérimenter le fait de mesurer par rapport à une unité donnée et faire un travail sur les mesures.
- Connaître l’évolution historique de la mesure (particulièrement longueur, poids, capacité …).
- Effectuer des mesures par rapport à des unités de mesure internationales standard.
- Comprendre le sens du terme “approximation”.
- Calculer la moyenne et la médiane d’une série de données.
- Représenter graphiquement des mesures.

Description du pilotage de l’activité

Les activités en SSIS, Ecole pour la formation des professeurs de l’enseignement secondaire, sont menées avec environ 30 étudiants en première année, spécialisation Sciences Naturelles, en vue d’obtenir le Diplôme d’Enseignement des Mathématiques et des Sciences pour les Collèges.

Phases et durée

- Leçon d’introduction à la mesure et présentation de l’extrait de Léonard de Vinci (45 min).
- Activité sur la mesure, le traitement des données et discussion (1h30).
- Pilotage en classe (3 heures).

- Discussion finale et forme définitive de la proposition (45 min).

Après une introduction théorique sur l'histoire et la signification de la mesure, les étudiants en SSIS découvrent le texte de Léonard de Vinci "l'homme de Vitruve" ; parmi les affirmations de Vinci, nous avons choisi celles qui se prêtent le mieux à une vérification expérimentale, et plus particulièrement :

"L'envergure de l'homme est égale à sa taille"

"Du coude à l'extrémité de la main, représente un cinquième de l'homme"

"Du bas du menton jusqu'au sommet de la tête, représente un huitième de sa taille"

Les stagiaires se mesurent les uns les autres, puis reportent les résultats obtenus sur des fiches de travail EXCEL afin de vérifier si l'hypothèse de Léonard de Vinci est correcte.

Lors de la discussion qui suit, les étudiants sont invités à répondre aux questions suivantes, portant évidemment sur les aspects didactiques de l'activité:

- A quelles compétences ce type d'activités fait-il appel? Quels sont les pré-requis nécessaires? Quel est l'apprentissage visé?
- Quelles difficultés avez-vous rencontrées durant cette activité? A votre avis, vos élèves rencontreront-ils d'autres difficultés? Comment peut-on les aider à les surmonter?
- Quelle est la part des statistiques et quelles sont les statistiques en jeu dans cette activité? Comment peut-on capter l'attention des élèves pour qu'ils se concentrent sur le problème de l'approximation?

Plus tard, deux stagiaires qui enseignent déjà dans une école, mènent une expérimentation en classe: ceci leur permet de travailler avec des classes qu'ils connaissent déjà et d'intégrer l'activité dans le curriculum. La proposition, esquissée durant une discussion préliminaire, est adaptée par chaque stagiaire en fonction de son propre contexte scolaire. L'expérimentation se fait avec deux classes de sixième vers la fin de l'année scolaire.

Les élèves (au nombre de 21 dans une classe et 26 dans l'autre, âgés de 11 à 12 ans) ont à mesurer des quantités se rapportant à leur corps (taille, poids, longueur d'un bras ou d'un pied, …), comparant ensuite les mesures ainsi obtenues (en utilisant respectivement une calculatrice et le logiciel EXCEL) en vue de trouver des constantes ou des corrélations significatives.

A la lumière des propositions de Vinci, les élèves ont à répondre aux questions suivantes: existe-t-il un rapport constant entre certaines mesures anatomiques? Entre la taille et le poids? Si le rapport n'est pas constant, qu'est-ce que cela signifie et qu'est-ce que cela révèle?

A la fin de l'activité, les stagiaires-expérimentateurs en font un compte rendu pour le reste de la classe et apportent leurs commentaires sur certaines hypothèses formulées au cours de la discussion préliminaire.

Finalement, des activités pour une étude plus approfondie sont proposées: parmi les exemples les plus pertinents figurent l'étude d'un lien avec l'enseignement des Sciences, à travers l'étude du développement physique des enfants ou encore d'un lien avec l'enseignement de l'Histoire, à travers la recherche de traces d'unités de mesure existant encore et en vigueur sur les marchés locaux.

PRESENTATION

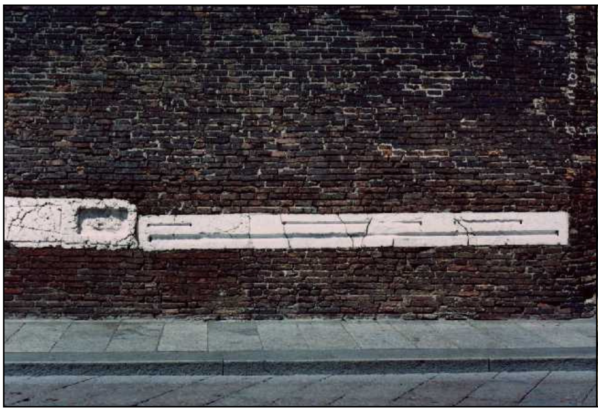
Le thème de la mesure fournit de multiples pistes pour des activités qui permettent de présenter aux élèves des contenus mathématiques en rapport avec des situations réelles et concrètes, sans avoir à se limiter aux domaines restreints des longueurs, poids, ou surfaces, même si, dans la réalité de l'enseignement, nous aurons sans aucun doute à travailler, pour des raisons pratiques, sur de telles quantités. La vie quotidienne nous expose sans cesse à des problèmes de mesure mais nous présente aussi des situations où la mesure prend des formes diverses et des significations bien différentes: les indices boursiers, la taille des vêtements et la pointure des chaussures, l'argent, les indices statistiques… De nouveaux instruments de mesure, de plus en plus précis, nous sont sans cesse proposés, dans une recherche constante de la plus grande exactitude possible: le passage de la mesure manuelle du temps à la mesure électronique du temps dans les activités sportives (l'athlétisme, le ski, et d'autres encore) en est un exemple frappant. Ces remarques initiales présentent quelques aspects de la mesure et permettent d'identifier une approche didactique possible.

Si mesurer signifie identifier un nombre qui exprime le rapport entre une quantité donnée et une unité de mesure prédéterminée, il est alors possible d'effectuer différentes mesures sur un même objet, selon la "qualité"/la nature de l'objet que l'on souhaite mesurer: différents types de mesure avec différents "instruments" de mesure, allant de l'oeil humain aux dispositifs les plus sophistiqués. Bien que soulignant ici le rôle important et essentiel des instruments de mesure, nous souhaitons toutefois les " démystifier". Il n'existe pas d'instrument parfait et toutes les mesures que nous faisons sont toujours approximatives. De même, il existe des quantités mesurables et des quantités non-mesurables, aux deux extrémités de l'echelle de mesure etc.

On sait également très bien qu'avant d'en venir aux unités de mesure standard courantes, l'homme a traversé une longue période durant laquelle les unités de mesure étaient déterminées arbitrairement et la standardisation sur les marchés uniques ne s'est faite que pour des raisons commerciales. L'utilisation d'unités différentes ne présente aucun problème tant que le but est uniquement d'établir une comparaison ou un classement interne; mais dès que nous souhaitons communiquer les résultats obtenus aux autres ou simplement comparer des objets situés dans des lieux différents, alors les problèmes commencent. D'où la nécessité d'utiliser une unité standard, la même pour tous, pour identifier exactement le lien entre différentes mesures et communiquer aux autres les résultats d'une mesure. En utilisant des unités de mesure conventionnelles, nous parvenons à une juste définition de la mesure et à sa notation par un nombre suivi d'une unité de mesure (cm, kg, L,…) afin d'identifier de manière unique la caractéristique quantitative d'un objet (grandeurs, poids, capacité-volume…).

Néanmoins, certains élèves ont encore du chemin à faire ; de manière plus générale, de nombreux étudiants ne disposent pas d'une image intuitive de la valeur d'une mesure (quelle est la largeur d'une fenêtre?, la hauteur d'une maison?, combien de bouteilles d'eau faudrait-il pour transformer, si nous le voulions, notre salle de classe en piscine?).

Le point de départ d'un itinéraire didactique spécifique pourrait être une réflexion sur l'utilisation appropriée de certains termes spécifiques, clarifiant l'ambiguïté de certains mots issus de la langue parlée quant à la manière dont ils sont utilisés dans différents domaines (par exemple dans la langue courante nous utilisons des termes comme "grand, petit" en référence soit à la grandeur ou à l'âge, "capacité" à propos de l'intelligence ou de la contenance, …). Une activité interdisciplinaire à envisager serait de refaire avec le professeur d'histoire un parcours historique1 qui, en commençant avec la révolution commerciale du XIII-XIV siècle, aboutit à la Commission des Poids et Mesures constituée durant la Révolution Française2 et plus tard à l'établissement des unités de mesure conventionnelles courantes.



Anciennes unités de longueur et de volume sur un marché.

Nous avons donné à l'activité sur les mesures anatomiques, que nous avons pilotée, l'interprétation suivante: elle fournit des idées pour un regard historique d'une part et pour une réflexion sur la signification de la mesure d'autre part.

Avant la présentation de cette activité (2 heures prises sur l'Education Mathématique), les étudiants ont eu le temps de s'initier à l'utilisation des fiches de travail EXCEL et ont abordé le résumé numérique d'une série statistique, la droite de régression et le coefficient de corrélation en cours de statistique. Même si l'activité n'est pas centrée sur ces thèmes, il est tout de même bon que les professeurs en aient au moins des notions élémentaires, pour leur permettre de mieux comprendre les liens entre les données en jeu.

[1] Cette région, comme beaucoup d'autres régions d'Europe, est riche en exemples, au niveau local, de premières unités de mesure "conventionelles": on a retrouvé des étalons de longueur, poids et capacité sur les places où se tenaient les marchés locaux.

[2] Commission qui comprenait aussi de grands mathématiciens comme Lagrange, qui en a été le président. C'est à Lagrange qu'on doit le coup de pouce décisif pour l'adoption du système décimal.

ACTIVITE AVEC LES STAGIAIRES

Lors de la leçon d'introduction, on a donné aux étudiants en SSIS des exemples de mesures "conventionnelles", adoptées localement durant les siècles derniers, avant l'adoption du Système International des Unités de Mesure. Ils ont ensuite eu à ébaucher des activités susceptibles de favoriser une réflexion des élèves sur l'utilité d'unités de mesures conventionnelles standard, suivant ainsi l'itinéraire qui a abouti à l'identification de certaines grandeurs fondamentales.

Au cours d'une discussion certains stagiaires ont fait remarquer qu'autrefois les hommes se servaient souvent des parties de leur corps pour mesurer des longueurs ou de tout leur corps comme "poids de référence". Ceci était évidemment dû au fait qu'il est bien "pratique" de porter toujours sur soi son instrument de mesure (de même, le bras est plus pratique à utiliser que le tour de poitrine comme" instrument" de mesure de longueurs…); le fait que les mesures obtenues soient liées aux individus invalidait ce procédé et il devenait nécessaire de découvrir d'autres moyens permettant de mesurer. Mais existe-t-il des "constantes anatomiques"? La réponse serait logiquement non, et elle serait juste si nous observons les valeurs des quantités concernées. Les stagiaires ont dû cependant accepter le fait que la réponse pourrait changer si l'on s'intéresse aux rapports entre les quantités3; nous nous sommes appuyés sur le texte célèbre de Léonard de Vinci qui accompagne "l'homme de Vitruve".

On a constaté que la majorité des affirmations de Vinci ne concerne pas les mesures elles-mêmes mais plutôt les rapports entre elles. Cette piste est en fait très naturelle: tout travail sur les concepts de quantité et de mesure, ayant trait soit aux mathématiques (longueur d'un segment, largeur d'un angle), ou aux sciences (masse, poids, pression, humidité atmosphérique absolue ou relative) nous amène bientôt à parler de rapports. La mesure elle même est conceptuellement un rapport. Il en est de même, quand nous reportons les données collectées au cours d'une étude statistique, avec la détermination de la moyenne, la médiane et les calculs de pourcentages.

Un travail sur les rapports fait cependant souvent intervenir des quantités hétérogénes et il n'est pas toujours facile ou même possible, au niveau scolaire auquel nous nous adressons, d'aborder les nouvelles quantités définies par les rapports et les unités de mesure spécifiques. En conséquence, la piste d'un travail sur des quantités homogènes, issue du texte de Vinci (obtenant ainsi des nombres purs comme rapport), était un excellent stimulus pour la phase initiale de ce travail.

Une autre idée intéressante provient d'une interprétation géométrique possible de la valeur constante que prennent ces rapports; il s'agirait de quantités directement proportionnelles, ce qu'il serait alors facile de vérifier dans le plan cartésien, soit directement, soit en utilisant des feuilles de calcul informatiques.

---

[3] On a suggéré aux étudiants d'effectuer une recherche individuelle en utilisant leurs compétences en anatomie (nous rappelons ici que les étudiants en SSIS participant à l'activité sont diplômés dans des disciplines scientifiques, certains en Biologie, et possèdent donc des notions d'anatomie comparative), et en collaborant avec les professeurs d'Histoire, de Dessin et de Sports.

Les stagiaires ont contribué à la sélection de certaines phrases qui semblent se prêter à une vérification expérimentale.

"L'envergure de l'homme est égale à sa taille."

"Du coude à l'extrémité de la main, représente un cinquième de l'homme.[4]"

"Du bas du menton jusqu'au sommet de la tête représente un huitième de sa taille"

Les stagiaires se mesurent les uns les autres

Nous avons utilisé la dernière partie de la leçon pour simuler une situation de laboratoire durant laquelle les stagiaires se mesurent les uns les autres, et reportent ensuite les mesures obtenues sur des feuilles de calcul EXCEL afin de vérifier si l'hypothèse de Vinci est correcte.

> "*Vetruvio architetto mette nella sua opera d'architettura che lle misure dell'omo sono dalla natura disstribuite in quessto modo. Cioè, che 4 diti fa un palmo e 4 palmi fa un pie: 6 palmi fa un cubito, 4 cubiti fa un homo, e 4 chubidi fa un passo e 24 palmi fa un homo; e cqueste misure son né sua edifizi. Se ttu apri tanto le gambe che ttu cali da capo 1/14 di tua alteza, e apri e alza tanto le braccia che colle lunghe dita tu tochi la linia della sommità del capo, sappi che 'l cientro a sinistra e a destra della scala metrica delle stremità delle aperte membra fia il bellico, e Ilo spazio che si truova infra Ile gambe fia triangolo equilatero diti palimi palmi diti. Tanto apre l'omo ne' le braccia, quanto è lla sua alteza. Dal nasscimiento de'capegli alfine disotto del mento è il decimo dell'alteza de l'uomo. Dal disotto del mento alla somità del capo è l'ottavo dell'alteza de l'omo. Dal disopra del petto alla somità del capo fia il sexto dell'omo. Dal disopra del petto al nasscimiento de capegli fia la settima parte di tutto l'omo. Dalle tette al di sopra del capo fia la quarta parte dell'omo. La magíore largheza delle spaffi contiene in sé* (*la oct*) *la quarta parte dell'omo. Dal gomito alla punta della mano fra la quarta parte dell'omo. Da esso gomito al termine della ispalla fa la ottava parte d'esso omo. Tutta la mano fa la decíma parte dell'omo. Il membro virile nasscie nel mezo dell'omo. Dal disotto del pie al disotto del ginochio fia la quarta parte dell'omo. Dal disotto del ginochio al nasscimento del membro fia la quarta parte dell'omo. Le parti che ssi truovano infra il mento e 'l naso*

[4]Cette affirmation a immédiatement provoqué une discussion intéressante: les premières mesures avaient donné des résultats complètement différents de ceux attendus (le rapport était plus proche de 4 que de 5). Ce n'est qu'après une lecture minutieuse du texte et l'étude du dessin attaché que les étudiants ont réalisé qu'une décision préalable quant au sens de l'expression "extrémité de la main" était indispensable pour arriver à une mesure correcte.

e 'l nasscimento de' capegli e quel de' cigli, ciascuno spazioper sè è ssimìle all'orecchi(i)o, è 'l terzo del volto[5]".

L'architecte,Vitruve, déclare dans son oeuvre sur l'architecture que les mesures du corps humain sont comme suit: 4 doigts font une paume, et 4 paumes font un pied, 6 paumes font une coudée; 4 coudées font la taille d'un homme. Et 4 coudées font un pas et 24 paumes font un homme. l'envergure d'un homme est égale à sa taille. De la racine des cheveux au bas du menton vaut un dixième de la taille d'un homme. Du bas du menton au sommet de la tête vaut un huitième de sa taille; du haut de la poitrine à la racine des cheveux constitue le septième de tout un homme. Du milieu de la poitrine au sommet de la tête constitue un quart de l'homme. La largeur la plus grande des épaules contient en elle même un quart de l'homme. Du coude à l'extrémité de la main vaut un cinquième de l'homme; et du coude à l'angle de l'aisselle vaut un huitième de l'homme. La main entière vaut un dixième de l'homme. La distance du bas du menton au nez et de la racine des cheveux aux sourcils est la même dans les 2 cas, et, comme l'oreille, un tiers du visage.

Lors de la discussion qui a suivi, les étudiants ont eu à répondre aux questions suivantes, portant essentiellement sur les aspects didactiques de l'activité:

- Ce type d'activité fait appel à quelles compétences? Quels sont les pré-requis nécessaires? Quel type d'apprentissage est ici favorisé?
- Quelles difficultés avez-vous rencontrées durant cette activité? A votre avis, les élèves rencontreront-ils d'autres difficultés? Comment pouvons-nous les aider à les surmonter?
- Quelle est la part des statistiques dans cette activité? Lesquelles sont ici en jeu? Comment peut-on faire porter l'attention des élèves sur un degré d'approximation acceptable?

L'activité a d'elle-même abouti à une discussion sur la précision des mesures obtenues. En effet, l'hypothèse de Léonard de Vinci s'exprime en terme de rapports et selon le degré d'approximation choisi, les rapports provenant des mesures obtenues lors de l'activité correspondent plus ou moins bien aux rapports attendus. Il s'agit là d'une question très délicate comme le prouve le besoin assouvi par l'expérience en classe: les stagiaires avaient effectué des mesures avec une bonne approximation, alors que les mesures faites par les élèves étaient plus variables et il a donc fallu les affiner avant de pouvoir les utiliser.

Les stagiaires ont une fois encore suggéré des moyens d'élargir le champ de recherche; ils ont proposé de calculer la médiane, l'écart type et autres mesures de synthèse pour les mesures ainsi obtenues.

La question-stimulus, "en fonction de ces mesures, quel est le sens à donner aux expressions grand, petit, gros, mince ….dans cet échantillon?", a révélé que, dans ce contexte, il est non seulement possible, mais même indispensable d'effectuer d'autres mesures, pour pouvoir répondre aux questions et combien il semble naturel d'introduire des rapports entre des quantités non homogènes et donc des unités de

[5] Leonardo da Vinci, Le proporzioni del corpo umano secondo Vitruvio, disegno, 1485-1490 (Venezia, Gallerie dell'Accademia – Gabinetto dei Disegni e stampe); cat. 228

mesure dimensionnelles. Par exemple on ne peut définir la grosseur ou la maigreur d'une personne sans avoir recours au concept de masse corporelle exprimée en g/cm. De plus, cette nécessité pourrait être soulignée quand l'objectif énoncé est l'introduction du thème des rapports entre des quantités non homogènes.

Avant d'aborder l'expérimentation de l'activité en classe, nous avons discuté pour décider s'il était convenable, d'un point de vue psychologique, de traiter de questions corporelles avec des adolescents; les stagiaires ont conçu des moyens didactiques ingénieux de faire participer tous les élèves sans qu'un seul ne soit embarrassé. Il convient aussi de remarquer que le travail en classe a fortement mis en évidence (comme cela est souvent le cas) certaines difficultés, sous estimées par les stagiaires. Ce n'est qu'à partir du moment où le professeur a lui même joué le jeu, en acceptant de se faire mesurer par les étudiants, que ces difficultés ont été entièrement surmontées avec pour conséquence des effets positifs à la fois sur le succès de l'activité et sur l'atmosphère générale de la classe.

PILOTAGE EN CLASSE

Parmi les étudiants en SSIS deux se sont portés volontaires pour expérimenter l'activité dans leurs classes. Le plan de la proposition a été décidé lors d'une discussion collective et adapté aux différentes classes ainsi qu'à l'emploi du temps scolaire en cours. Les stagiaires participant au pilotage (le professeur de la classe et un autre stagiaire) ont été chargés d'être attentifs aux points soulignés durant la discussion et de vérifier les hypothèses faites concernant des difficultés éventuelles et la pertinence de l'activité.

Depuis la mise en oeuvre de l'expérimentation à la fin de l'année scolaire, certaines activités ont été légèrement réduites au profit d'autres qui semblaient plus urgentes ou plus pertinentes.

Ce qui suit est un résumé des derniers rapports remis par les stagiaires.

Classe de sixième, 3 heures de travail, 26 élèves participants.

L'activité a été menée durant le dernier semestre scolaire avec une classe de sixième, comme outil permettant le rappel des fractions et de quelques caractéristiques numériques d'une série statistique. La mise en oeuvre de l'activité dans un collège, les élèves se mesurant eux mêmes et se mesurant les uns les autres, constitue une expérience très stimulante et génère une sorte d'impact "émotionnel mobilisateur" qui favorise le travail du professeur.

Des problèmes naturels surgissent immédiatement lors de la mesure, mettant ainsi en évidence le fait que certaines questions ne peuvent être abordées que de manière conventionnelle et convenue. Par exemple comment calculer la distance de l'extrémité de la main au coude: par-dessus ou par-dessous? Nous avons rencontré de semblables difficultés pour mesurer la longueur des pieds (il y avait bien sûr des élèves qui ne voulaient pas enlever leurs chaussures…) ainsi que pour mesurer la taille de ceux qui voulaient garder leurs chaussures. Les élèves ont immédiatement découvert que les mesures sont … toutes différentes, et ils ont pu facilement repérer les erreurs car elles étaient dues à l'utilisation d'instruments imprécis (règle, équerre en forme de T, etc.). Il est impossible qu'un même élève mesure en même temps 154, 156, 158 et 159cm! Ce fait (qui, en soi, en dit long sur les erreurs de mesures et la précision des instruments…) a soulevé une vive discussion, au bout de laquelle il a été décidé que 3 camarades de classe prendraient toutes les mesures et qu'on choisirait comme mesure "officielle" la médiane des trois mesures.6

Les élèves ont été particulièrement frappés par le fait que, dans leur classe, le rapport entre la longueur du pied et la taille a une fréquence de pourcentage de 78% pour la valeur 0,15 (à remarquer que 1/7 fait environ 0,142857…). On ne sait pourquoi, cette découverte les a étonnés plus que d'autres ; toujours est-il qu'en suivant cette piste (et avec la même précision….) ils ont pu vérifier la validité des différents rapports proposés par Léonard de Vinci.

Classe de sixième, 3 heures de travail, 21 élèves participants

La classe était performante et l'opinion du professeur était que les fractions et les rapports ne présentaient pas de grosses difficultés aux élèves. Il voulait introduire le thème des quantités proportionnelles: il a utilisé pour cela des données obtenues par son collègue dans l'autre classe, proposant aux élèves d'expérimenter avec de nouveaux rapports. Afin de susciter le besoin d'introduire des quantités dimensionnelles (ici g/cm, comme convenu avec les collègues stagiaires en SSIS), le professeur leur a proposé une étude du rapport entre le tour de taille et la taille.

Ce rapport présentait une variabilité individuelle plus grande en termes qualitatifs, bien qu'on ait atteint, dans 43% des cas, la valeur de 0,48 (appelée "la bedaine").

Le professeur a alors demandé aux élèves s'ils pouvaient donner une idée plus précise d'une "bedaine" plus ou moins grande". Les élèves ont répondu: "il suffit de regarder le poids"! Le professeur n'a pas objecté et les a invités à continuer.

Dans la crèche de l'école, équipée d'une balance et d'un instrument pour mesurer la taille, on a demandé à chaque élève d'enlever ses chaussures et de monter sur la balance pour se peser, aidé par un camarade de classe. Quelques élèves seulement (le plus grand et le plus petit ainsi que le plus gros et le plus maigre) ont été embarrassés. Au début, quelques uns ont demandé au professeur de noter les mesures de manière confidentielle, mais ils ont ensuite été entraînés par l'enthousiasme général, encouragés par le fait que le professeur lui même (le plus grand et le plus bedonnant évidemment!) s'est porté volontaire pour être mesuré.

Les élèves ont rempli un tableau avec le nom, le poids et la taille de tous les camarades de classe. Au début le poids a été noté en kg et la taille en mètres; mais plus tard, quand ils en sont venus aux rapports, les kg et les mètres ont été remplacés par des grammes et des centimètres. Le tableau 1 contient des exemples de mesures obtenues.

---

[6] Les stagiaires ont abordé une question intéressante après le compte rendu de l'expérience: était-ce là la "mesure réelle" de l'objet mesuré? Les élèves avaient présumé que cette valeur était correcte mais personne ne pouvait exclure la possibilité d'autres erreurs…

Au début le tableau ne contenait pas la colonne des rapports. Pour introduire ce concept, le professeur a repris délibérément la notion de grosseur et de maigreur, en demandant aux élèves de décider qui étaient les gros et les maigres de la classe. Cette demande a provoqué de vives discussions: Claudia et Chiara P. pesaient toutes les deux 49Kg, mais il était évident que cette dernière était beaucoup plus mince. Le poids donc, seul, n'était pas un bon indicateur de "grosseur"; dans le cas de ces deux filles on comprenait cependant tout de suite pourquoi: Chiara mesurait 1,58 m tandis que Claudia ne mesurait que 1,50 m. Mais la comparaison entre élèves en groupe de 2, n'était pas toujours aussi claire et quoiqu'il en soit, il s'agissait d'une comparaison qualitative, tandis que le professeur tenait à obtenir une comparaison quantitative en mesurant la "grosseur" de chacun.

Curieusement, en dépit du fait que les élèves étaient alors en train de travailler sur les fractions et avaient déjà fait des exercices sur les rapports, et bien que la classe ait été, comme on l'a déjà dit, plutôt performante, pas un seul élève n'a eu l'idée de diviser le poids par la taille et cela est probablement dû au fait que les quantités en question n'étaient pas homogènes. Le professeur a finalement proposé la division et, à l'aide d'une calculatrice, la troisième colonne numérique du tableau a pu être complétée.

ELEVE	POIDS (en grammes)	TAILLE (en cm)	RAPPORT (approximatif)
Alessandro	46.000	142	323
Chiara L.	34.500	147	234
Chiara P.	49.000	158	312
Claudia	49.000	150	326
Ester	26.000	122	213
Fabio	50.000	144	347
Francesco	42.000	145	289
Franco	31.000	141	219
Gianna	61.000	151	403
Giorgio	50.000	153	326
Giovanni	41.000	142	288
Giulia	45.000	148	304
Loretta	35.000	138	253
Marcello	45.000	150	326
Marco	41.000	142	359
Marta	33.000	136	242
Maurizio	59.000	148	398
Michele	48.000	145	331
Prof.	84.000	174	482 **MAX**
Sunita	51.000	153	333
Susanna	30.000	142	196 **MIN**
Yu Lin	38.000	144	263

Poids et taille des élèves dans une classe-pilote

Finalement, on a demandé aux élèves de discuter sur la signification du rapport 312 g/cm pour Ch. P. comparé à celui de 326 g/cm pour Cl. Certains ont eu l'idée que, puisque diviser 39000 grammes par 138 cm c'est comme si on coupait le poids en question en 138 parts, chacune haute d'1 cm, nos rapports pouvaient être considérés comme étant l'expression du poids d'un «bifteck qui pouvait être pris à chacun d'entre nous » par des coupures horizontales. Le professeur a accepté cette idée, en soulignant qu'il fallait imaginer les élèves ayant une parfaite forme cylindrique, constituée de matière homogène, ou plutôt préciser qu'il s'agissait d'un bifteck "moyen" (lui permettant ainsi de rappeler le concept de "moyenne arithmétique").

Enfin, chaque élève a comparé son "bifteck moyen" à celui des autres; évidemment le plus gros bifteck était celui du professeur de mathématiques : presque un demi kilo!

A ce stade, on a proposé aux deux classes de représenter les quantités étudiées jusqu'à présent comme couples de coordonnées de points dans un plan cartésien. Le premier essai s'est fait à la main. Evidemment la gamme des mesures étant assez petite, c'était là une bonne occasion d'initier les élèves à l'utilisation du papier quadrillé et au concept d'échelle. Les professeurs ont pu voir ici les résultats des discussions précédentes sur les erreurs d'approximation. Quant aux élèves, même les moins méticuleux ont prêté une attention toute particulière à la précision de la représentation.

La représentation des relations suggérée par Léonard da Vinci n'a pas présenté d'autres difficultés et les élèves ont pu découvrir l'existence de la proportionnalité directe prédite. Par contre la représentation de la relation poids-taille a posé plus de problèmes, à commencer par la nécessité d'établir différentes échelles pour les deux axes. A la fin de la tâche, ils ont obtenu une multiplicité de points, ce qui a mis en évidence le fait qu'il n'existe pas de proportionnalité claire entre les deux quantités[7].

ANALYSE A POSTERIORI DE LA SÉANCE EN CLASSE

Après le compte-rendu des expérimentations en classe des stagiaires, la discussion a essentiellement porté sur les difficultés qu'ils avaient rencontrées et sur des possibilités de développement du thème.

On a remarqué que cette activité a d'elle-même soulevé des questions d'ordre mathématique et statistique (approximation, représentation graphique) qu'il serait difficile d'aborder autrement.

PROPOSITIONS POUR UN PROLONGEMENT DE L'ACTIVITE

A la fin de la discussion finale, une des stagiaires (mère depuis peu de temps) a proposé une activité qui pourrait être un prolongement naturel de l'activité

---

[7] *Le travail s'est achevé ici, mais il ne serait pas difficile à ce stade d'introduire le coefficient de corrélation et de tracer la ligne de régression possible entre les deux quantités en utilisant une feuille de travail informatique. Ces thèmes seraient d'un niveau scolaire supérieur à celui auquel nous nous adressons.*

Il convient de rapporter ici une expérience semblable avec des étudiants âgés de 15 ans, durant laquelle nous avons essayé de trouver des corrélations possibles entre la taille et le poids(environ o,8 pour la classe en question) entre la taille et la moyenne des notes obtenues en mathématiques (bien inférieur a 0,5) et entre le poids et les notes obtenues en mathématiques (guère trivial dans ce cas, plus de 0,65…) avec des pistes de discussions intéressantes sur la signification et l'intérêt des corrélations statistiques.

expérimentée. Elle a apporté les copies de deux dossiers pédiatriques types, contenant des indications donnant la répartition de la série par centiles (différents pour les garçons et les filles) pour les 2 quantités à l'étude. Il serait possible de tracer le graphique des mesures obtenues en invitant les élèves à rassembler à la maison des données personnelles concernant leur développement à des âges différents et de les reporter sur le graphe.

Cette activité pourrait être utilisée en mathématiques pour introduire les concepts de graphe, fonction, centile avec un exemple concret très proche des intérêts des élèves; en science (peut-être avec l'aide d'un docteur) l'activité pourrait servir à introduire les concepts de "développement coporel" et la notion de temps ainsi que les variations individuelles de ce développement.

Une autre proposition a été faite pour prolonger cette expérimentation, permettant à la fois de vérifier d'autres affirmations de Léonard de Vinci sur l'anatomie des élèves, et, en collaboration avec le professeur d'arts plastiques, d'étudier ces rapports avec des statues anciennes (en se servant aussi peut-être de ressources sur Internet). En suivant cette voie, il a été proposé qu'en se servant des ressources sur Internet et en organisant aussi de petites visites de la région, les étudiants pourraient être amenés à découvrir des traces de premières unités de mesure "conventionnelles locales", en comparant par exemple le "bras" utilisé localement comme unité de mesure sur divers marchés, à la longueur réelle d'un bras, passant ensuite à l'étude de statistiques sur l'augmentation de la taille moyenne et du poids moyen à travers les siècles. Une recherche menée sur des personnes âgées ou à partir de vieilles photos de famille ou de membres du public, pourrait être un moyen d'aider les élèves à établir un lien entre leurs observations et à tester leurs hypothèses.

LECTURES RECOMMANDEES

Boyer C. B. (1990), *Storia della matematica*, Milano, Mondadori

Cambi F. et al. (2001), *L'Arcipelago dei saperi II, Area Matematica*, Le Monnier, Firenze

Ferrari D. (2005), *Qualità nella misurazione: introduzione alla metrologia e guida applicativa*, Milano, Franco Angeli

Piscitelli M., Piochi B. et al. (2001), *Idee per il curricolo verticale. Progettare percorsi in Lingua, Matematica e Storia*, Tecnodid, Napoli

UMI-CIIM (2001), *Matematica 2001, Materiali per il XXVII Convegno Nazionale sull'Insegnamento della matematica*, Ischia, 15-17 novembre 2001

Le deuxième pilotage

par Yves Alvez, Jean-François Chesné og Marie-Hélène Le Yaouanq*

PRESENTATION DE L'ACTION DE FORMATION

Cette activité traite de la collecte et de l'analyse de données, et manifeste la volonté des formateurs de relier plusieurs modules dans la formation des professeurs stagiaires de mathématiques.

Selon les années, la formation à l'IUFM de Créteil concerne entre 50 et 80 professeurs stagiaires de mathématiques pour le collège et le lycée (PLC2). Elle comporte un module de pratiques de la classe de mathématiques (module A) de 42 heures. Ce module a pour objectifs d'accompagner, en liaison avec le conseiller pédagogique tuteur, le professeur stagiaire dans sa découverte du métier d'enseignant et de favoriser la construction de sa pratique professionnelle en lui fournissant des outils et des éléments de réflexion pédagogiques et didactiques. (programmes officiels, élaboration de progressions, préparation de séquences et de séances, évaluation, prise en compte de la diversité des élèves, contenus mathématiques, travaux spécifiques en algèbre ou en géométrie,…).

Elle comporte aussi un module de statistiques-probabilités (module S) de 12 heures obligatoires et 6 heures optionnelles. L'objectif de ce module est d'encourager les stagiaires à donner aux statistiques toute leur place dans l'enseignement des mathématiques au collège et au lycée.

L'organisation de ce module demande aux stagiaires un travail individuel sur ordinateur afin de s'initier à l'utilisation du tableur-grapheur à partir des statistiques (fonctions intégrées, adressage, notion de variable, aspects algorithmiques, etc..), et leur propose des exemples de travaux pratiques en classe, pour explorer les outils graphiques et les méthodes de la statistique descriptive: caractéristiques numériques et diagrammes, comparaisons et interprétations.

Comme toute action de formation, la description et la réflexion qui l'accompagnent seront faites avec une double approche: celle des formateurs en direction des stagiaires, et celle des formateurs s'intéressant aux pratiques des stagiaires et à leurs effets en direction des élèves.

Nous spécifierons donc nos objectifs et nos attentes préalables vis-à-vis des stagiaires, puis nous présenterons l'action de formation telle qu'elle a été menée cette année, c'est-à-dire son déroulement du début à la fin. Nous ferons ensuite une analyse a posteriori, toujours à un double niveau, celui de la séance menée en classe par un stagiaire et celui plus global de l'action dans son ensemble. Enfin, nous formulerons quelques perspectives qui s'offrent à nous, comme formateurs à l'IUFM de Créteil et membres du projet LOSSTT IN MATH.

* Institut Universitaire de Formation des Maîtres – IUFM de Créteil, France.

ANALYSE A PRIORI

Ce thème (proposé par l'IUFM de Créteil dans le projet LOSSTT IN MATH et strictement lié à la proposition sur les mesures du corps humain) associe deux aspects essentiels de l'enseignement des statistiques au collège et au lycée. Le premier se définit en terme de contenu mathématique à enseigner (cf programmes et instructions officiels). Le second vise à développer une réflexion critique et une prise de distance des stagiaires sur ce contenu. L'intégration des nouvelles technologies, à laquelle la moitié de la durée du module est consacrée, trouve naturellement sa place dans cette action de formation.

Quant aux modalités, elles sont élaborées dans le souci d'effectuer un travail sur les pratiques et non pas seulement d'avoir un discours sur celles-ci, avec la volonté d'intervenir à la fois sur les composantes cognitives et médiatives du métier d'enseignant.

Plus précisément, nos objectifs dans cette action sont:

- Familiariser les stagiaires à l'utilisation d'un tableur et leur montrer son intérêt comme outil pédagogique.
- Mettre les stagiaires en situation d'élèves en leur demandant de réaliser le travail qu'ils sont encouragés à proposer ensuite à leurs classes (stratégie par homologie)
- Présenter les notions de moyenne arithmétique, d'écart-type et de coefficient de variation d'une série de données.
- Faire découvrir un document historique (l'homme de Vinci) et l'utiliser comme support pour l'étude des notions mathématiques visées.
- Faire mettre effectivement en œuvre cette séance par les stagiaires avec leurs élèves.
- Développer l'usage pertinent de la calculatrice en classe.

DEROULEMENT

L'action de formation se déroule en quatre phases:

- Deux séances sont consacrées à l'appropriation du tableur.
- Au cours d'une séance suivante, plusieurs activités parmi lesquelles «l'homme de Vinci», sont proposées aux stagiaires.
- Une séance est mise en œuvre par une stagiaire dans une classe.
- Un retour est effectué auprès de l'ensemble des stagiaires.

1ère phase (16/11/04 et 11/01/05)

Deux séances de 3 heures sont entièrement consacrées à l'initiation des stagiaires aux fonctionnalités d'un tableur (et quelques autres logiciels spécifiquement liés à la statistique). Au cours de la première séance, les formateurs présentent aux stagiaires les aspects techniques ou matériels du tableur et ses aspects didactiques essentiels tels qu'ils sont définis dans les programmes officiels, puis leur proposent un certain nombre d’activités (mettant en jeu en particulier un travail sur les adressages). La seconde séance est plus spécifiquement consacrée à l’utilisation du tableur en statistique (fonctions statistiques et simulation d’expériences aléatoires). Chacune de ces deux séances est animée par deux formateurs, pour un groupe d’une quinzaine de stagiaires.

2ème phase (18/01/05)

Au cours d’une séance de formation, trois activités centrées sur l’évaluation de la dispersion d’une série et sur la notion de hasard sont proposées aux stagiaires. Pour chacune d’entre elles, ceux-ci jouent le rôle des élèves.

3ème phase (19/05/05)

La séance filmée se déroule dans la classe d’une stagiaire volontaire, en dehors de toute évaluation institutionnelle. Au cours d’un entretien préalable juste avant la séance, celle-ci présente sa classe et expose son projet à l’un des formateurs. De même, elle fera quelques commentaires «à chaud» après la séance.

4ème phase (31/05/05)

Dans le souci de respecter la progression du plan de formation, la phase de retour dans un module de formation s’est faite assez tard. La stagiaire qui a mené la séance livre oralement auprès des autres stagiaires ses impressions sur le fait d’avoir été filmée, et présente une courte analyse a posteriori de sa séance. Les autres stagiaires interviennent pour poser des questions. Comme pour l’action «Introduction à la proportionnalité en géométrie», un travail de formation basée sur cette vidéo n’a pas été fait avec les stagiaires car cette modalité n’avait pas été prévue dans le plan initial de formation et elle n’a pas pu y être insérée.

FORMATION PAR HOMOLOGIE

Rapide rappel de la notion d’homologie

Les formateurs transmettent leurs propres conceptions de l’enseignement des mathématiques, en les mettant en œuvre dans les séances qu’ils dirigent. Ils attendent ensuite des stagiaires qu’ils utilisent à leur tour dans leurs classes ces séances qu’ils ont vécues comme élèves. Les stratégies d’homologie se distinguent des stratégies culturelles (où le formateur diffuse une information), des stratégies de monstration (où le formateur transmet une pratique d’enseignement, en montrant sa mise en œuvre effective dans des classes) et des stratégies de transposition, dans lesquelles le formateur transmet un savoir de référence sur l’enseignement et tente de maîtriser le phénomène de transposition opéré par les étudiants.

La séance de formation (45 minutes) [*Cette phase a été l’objet d’une vidéo*]

Un formateur distribue aux stagiaires le dessin de « \l’homme de Vinci» et le texte qui l’accompagne (cf annexes). Les stagiaires prennent rapidement connaissance de ces deux documents, puis le formateur leur suggère de porter plus particulièrement leur attention à l’une des affirmations du texte «Tanto apre l’omo nelle braccia quato é la sua alteza». Chaque stagiaire est alors invité, en s’associant avec un autre, à mesurer son envergure (E) et sa taille (T). La façon de procéder est indiquée par le formateur. Chaque stagiaire calcule ensuite le rapport R = E/T à 0,01 près et vient reporter au tableau, de façon anonyme, les valeurs E, T et R obtenues. Des précautions expérimentales sont précisées par le formateur. Pendant ce temps, l'autre formateur saisit sur un tableur les données portées au tableau. On s'intéresse ensuite à la série statistique des valeurs de R et la question de la dispersion de la série est alors posée. Son étendue est déterminée, puis les stagiaires proposent de calculer sa moyenne et son écart-type: le formateur en profite pour préciser la différence entre écart type de l'échantillon et celui de la population. Les stagiaires effectuent tous les calculs à la calculatrice, un des formateurs continue à effectuer le même travail sur le tableur. Pour affiner l'évaluation de la dispersion de la série, un formateur propose aux stagiaires de calculer le coefficient de variation $\sigma/\bar{x}$ (sans dimension) et les questionne sur les interprétations possibles qu'ils peuvent faire à partir de ces trois paramètres. L'objectif de l'activité, c'est-à-dire la recherche de la possibilité de validation expérimentale de l'affirmation de Vinci, est-il atteint? Quelle signification peut-on donner à la valeur du coefficient de variation obtenu ($\approx$ 4 %)? Deux autres activités du module (une portant sur les âges des stagiaires, l'autre sur les tables de chiffres au hasard) permettront d'apporter des réponses.

A la fin de l'activité, les formateurs présentent le projet LOSSTT IN MATH et demandent des volontaires pour mettre en œuvre une séance avec des élèves. Les formateurs proposent aux stagiaires d'adapter cette séance à leur classe (contenu et modalités: par exemple, au collège, la notion d'écart-type n'est pas au programme) à partir de ce qu'ils ont vécu et ressenti.

LA SEANCE EN CLASSE (50 minutes)

Présentation du contexte [*Cette phase a été l'objet d'une vidéo*]

La séance filmée a lieu dans le cadre d'un itinéraire de découverte en classe de quatrième, au collège Jean Charcot de Fresnes, dans le Val de Marne. Composé de 330 élèves pour 25 enseignants, le collège Charcot est un «petit» établissement

Temps d'enseignement à part entière, les Itinéraires de Découvertes sont obligatoires. Ils constituent deux heures hebdomadaires dans l'emploi du temps de tous les élèves du cycle central (cinquième et quatrième). Ils s'ajoutent aux enseignements obligatoires en associant au moins deux disciplines, articulées entre elles par un thème commun appartenant à l'un des quatre domaines suivants:

- la nature et le corps humain
- les arts et les humanités
- les langues et les civilisations
- la création et les techniques

Chaque Itinéraire de Découverte dure entre 12 et 13 semaines; ce temps comprenant les périodes de présentation , apprentissage, production et évaluation. Ainsi, sur une année scolaire, les collégiens du cycle central suivent deux Itinéraires de Découvertes.

L'IDD sur lequel travaille la stagiaire, associée à un professeur de français, porte sur le thème suivant: «Voyage autour du Monde». La deuxième partie de l'étude s'appuie sur des données statistiques relatives à l'Union Européenne et dont les objectifs en termes de contenus mathématiques sont:

- Lire et interpréter un graphique ou un diagramme
- Calculer des effectifs, des fréquences, des fréquences cumulées, des effectifs cumulés et des moyennes.
- Représenter une série statistique sous la forme d'un tableau ou diagramme

La séance intervient en fin d'étude du thème choisi. Les outils ci-dessus sont donc a priori utilisables par les élèves. Il faut noter enfin que les élèves auxquelles s'adressent la séance ne sont pas tous dans la même classe: ils sont issus de différentes classes de quatrième et sont regroupés deux heures par semaine (une heure avec la professeur de français, une heure avec celle de mathématiques).

Déroulement de la séance

Episode 1 (15 min)

La professeure distribue la première fiche élève aux élèves et projette le dessin de Léonard de Vinci. Elle pose quelques questions sur Léonard, puis sur le dessin lui-même: les élèves ont à repasser en couleur le carré, les bras et l'homme (de la tête aux pieds). La professeur repasse elle-même les lignes sur le dessin projeté, puis demande aux élèves de réfléchir à ce qu'ils voient. Avec une aide appuyée de leur professeur, les élèves suggèrent que l'envergure de l'homme est égale à sa taille. Un élève est envoyé au tableau écrire la phrase-conclusion: «La taille et l'envergure d'un homme sont égales».

Episode 2 (15 min)

Après la lecture des consignes par un élève, la professeur exécute elle-même avec un autre élève les tâches qu'elle attend de tous. Puis les élèves se lèvent pour se mesurer les uns les autres par groupes de deux. La professeur autorise 4 filles à rester ensemble, circule auprès des élèves, en aident certains. Dès que les mesures sont effectuées, les élèves retournent à leurs places afin de calculer leur rapport.

Episode 3 (20 min)

La professeure distribue la deuxième fiche élève aux élèves, et reporte au tableau les rapports obtenus par les élèves. Il est alors curieux de constater que plusieurs élèves donnent 1 comme valeur de E/T. Les élèves déterminent le minimum et le maximum de la série obtenue, puis calculent sa moyenne (qui est d'ailleurs 1!). Le professeur cherche alors à faire dresser par les élèves un bilan de ce qu'ils viennent de faire, en les interrogeant en particulier sur la signification de E/T. Cet épisode s'achève par l'écriture au tableau de: «Les rapports sont approximativement égaux à 1. Donc l'envergure et la taille sont voisines.»

La séance se termine par la donnée du travail à faire à la maison pour la prochaine séance.

ANALYSE A POSTERIORI DE LA SEANCE EN CLASSE

Les élèves sont disposés en U dans la salle.

Les fiches élèves ont été bien préparées, le scénario (voir annexes) envisage correctement les différents épisodes que la professeure a prévus, la chronologie de la séance est définie.

Les consignes collectives données par la professeure sont très strictes, le ton est très ferme. Toutefois, les aides individuelles sont très nombreuses et bienveillantes.

Une fois les rapports écrits au tableau, les élèves utilisent en général correctement leurs calculatrices pour déterminer la moyenne de la série des rapports. Cependant, on peut douter de la pertinence a priori du choix du rapport E/T pour des élèves de quatrième: plusieurs questions d'élèves pendant la séance traduisent une représentation assez floue de la correspondance E/T = 1 avec E = T. Le choix de la précision à donner à ce rapport E/T et le fait qu'il n'ait pas d'unité ne semblent guère dévolus aux élèves.

Le déroulement réel de la séance est conforme au projet initial de la professeur. (Au cours de l'entretien qui a suivi immédiatement la séance, celle-ci se déclare «satisfaite de la séance»).

Le passage de l'observation du dessin à la conjecture se fait en grande partie avec une aide très forte du professeur, dans un temps assez court, on peut dire que cette phase n'a finalement guère été à la charge des élèves. La professeure commence systématiquement elle-même les réponses des élèves qu'elle souhaite entendre: on est en présence d'un «effet Topaze» flagrant. On peut penser que c'est une façon pour elle de contrôler le déroulement de la séance. Mais finalement, ce qui aurait dû apparaître aux yeux des élèves comme une hypothèse à vérifier expérimentalement se retrouve finalement comme une certitude à respecter absolument, quitte à refaire ou «ajuster» les mesures, au mm près pour certains élèves.

ANALYSE A POSTERIORI DE L'ACTION DE FORMATION

Une stratégie par homologie vise essentiellement à présenter une séance que les formateurs estiment comme possible d'être mise en œuvre en classe. En tout cas, le contenu et le déroulement qu'ils ont choisis apparaissent comme «labellisés» aux yeux des stagiaires, sans d'ailleurs que les choix effectués par les formateurs soient forcément explicites. De plus, le fait de placer les stagiaires en position d'élèves a pour objectif de leur faciliter un questionnement vis-à-vis des tâches prescrites qu'ils n'auraient peut-être pas autrement.

Or, que révèle la séance qui a été mise en œuvre dans une classe? Les documents de formation sont bien réutilisés, la gestion originale des élèves est bien réinvestie, mais l'enjeu didactique présenté dans la formation a complètement disparu: les stagiaires avaient à s'interroger sur la validité de la phrase de Léonard de Vinci grâce à des outils statistiques dont ils disposaient, les élèves ont seulement cherché à «entrer dans le carré de Léonard». Mais pouvaient-ils faire autrement dans la séance telle qu'elle était construite par la stagiaire volontaire? Il semble en effet que l'adaptation de la séance présentée en formation pour des élèves de lycée (1ère et au-delà) ait été difficile à réaliser pour elle.

L'absence de l'outil écart-type (et donc du coefficient de variation) a été perçu comme un simple élagage de sa part, alors qu'elle remet complètement en cause les choix à faire pour une séance de ce type. On peut donc penser que le travail expérimental sur les mesures et le calcul des rapports devraient se faire avant la découverte du dessin et du texte de Léonard de Vinci, de façon à faire réellement conjecturer par les élèves l'existence d'une loi, que de toute façon, à leur stade de connaissance, ils ne peuvent ni valider, ni invalider. Ce choix et un discours cohérent qui l'accompagnerait marquerait d'ailleurs ainsi la démarche critique et la prise de recul de l'enseignant recherchés en formation.

COMMENTAIRES

La principale difficulté pour des formateurs dans la formation initiale des professeurs de mathématiques est de connaître ce qui dans la pratique d'un enseignant débutant relève d'un apprentissage professionnel en général, et plus spécifiquement de ce qui peut être inféré par une formation en dehors du terrain. On sait aujourd'hui combien les représentations métacognitives des enseignants (sur les contenus mathématiques, sur l'enseignement de ces contenus, sur la place des mathématiques dans la scolarité, sur leurs rapports avec les élèves…) sont importantes dans leurs pratiques. On sait aussi que toutes les ingénieries didactiques ne sont pas applicables dans la réalité, et que parmi celles qui le sont, toutes ne le sont pas par un même professeur (cf. A. Robert)

Une stratégie par homologie en formation peut donc constituer une situation intermédiaire qui propose à la fois une situation de classe possible, et qui donne l'occasion aux stagiaires de remettre en cause des positions qu'ils auraient adoptées, plus ou moins consciemment, vis-à-vis des mathématiques et de leur enseignement.

L'action de formation présentée ici semble montrer que si une telle stratégie permet une modification des pratiques dans la gestion des élèves et dans le choix des activités, si elle permet à des stagiaires de «faire quelque chose qui marche en classe» (selon eux), elle ne semble pas suffisante: le travail nécessaire d'adaptation n'a pas été fait convenablement par la stagiaire. Peut-il l'être à ce stade? Peut-il être favorisé par la formation? Avant ou après l'expérimentation en classe? Comment la vidéo peut-elle être exploitée en formation initiale sans déstabiliser la stagiaire filmée? Et plus largement, quelles sont les limites de l'action de l'observateur/formateur? Nous espérons que la confrontation et la mutualisation des présentations des différents partenaires du projet permettront d'avancer des éléments de réponses à toutes ces questions.

LECTURES RECOMMANDEES

Alvez, Y., Le Yaouanq, M.-H., Chareyre, B., Careme, Y., Cleirec, N., Gastin, H., Guillemet, D. & Saint Raymond, C. (2003-2006). *Collection Math'x: seconde, collection Math'x 1S, collection Math'x TS*. Editions Didier.

Henry, M. (1994). *L'enseignement des probabilités: perspectives historiques, épistémologiques et didactiques*. IREM de Besançon.

Quetelet, L. A. J. (1864). *Histoire des sciences mathématiques et physiques chez les Belges*.

Robert, C. (2003). *Contes et décomptes de la statistique: Une initiation par l'exemple*. Éditeur Vuibert.

Vitruvius Pollio Marcus, *Architecture, ou Art de bien bastir*. French translation by Martin, J. (1547). París: Jacques Gazeau.

Le troisième pilotage (à le Skårup Seminarium, DK) et Conclusion

par Brunetto Piochi

Une des principales difficultés pour les formateurs dans la formation initiale de mathématiques est d'allier les connaissances générales de la matière (que les stagiaires ont dû acquérir au cours de leurs études antérieures) à la manière "d'enseigner comment enseigner" ces connaissances aux élèves. On sait aujourd'hui combien les représentations métacognitives des enseignants (sur les contenus mathématiques, sur l'enseignement de ces contenus, sur la place des mathématiques dans la scolarité, sur leurs rapports avec les élèves…) sont importantes dans leur pratique. Une stratégie par homologie en formation peut donc constituer une situation intermédiaire qui propose à la fois une situation de classe possible, et qui donne l'occasion aux stagiaires de revoir des contenus spécifiques et de remettre en cause des positions qu'ils auraient adoptées, plus ou moins consciemment, vis-à-vis des mathématiques, ou de certains de ses aspects spécifiques, et de leur enseignement.

Les deux partenaires ont piloté cette expérimentation de telle manière qu'elle est devenue une leçon "par homologie", c'est à dire en proposant aux stagiaires qu'ils fassent l'activité telle qu'ils la proposeront ensuite aux élèves de leur classe. Grâce à la discussion qui a suivi, les stagiaires ont pu construire une proposition qui tient compte non seulement des aspects mathématiques essentiels de la mesure, mais aussi de certains obstacles (d'ordre à la fois pratique et épistémologique) qu'ils ont identifiés eux-mêmes. La phase pratique initiale, consistant à mesurer les parties de leur propre corps, a joué un rôle motivant chez les stagiaires (et chez les élèves également, durant la mise en oeuvre ultérieure en classe), mais elle leur a permis avant tout d'expérimenter la plupart des difficultés qu'ils allaient rencontrer par la suite, lors de l'activité avec les élèves: par exemple les stagiaires ont éprouvé eux-mêmes un peu de réticence à donner leurs caractéristiques personnelles quand on leur demandait. L'activité, dans son ensemble, leur a permis d'effectuer une analyse *a priori* affinée et, une fois en situation de classe, de réagir plus rapidement et de manière plus appropriée aux obstacles imprévus.

Les différences entre les deux partenaires dans ce pilotage, relèvent essentiellement des aspects suivants:

- La phase de collecte des données: L'IUFM a exploité cette activité pour qu'elle puisse servir d'exemple pour la collecte et l'analyse de données statistiques; SSIS a laissé aux stagiaires plus d'autonomie quant à l'organisation, puisque l'objectif était de construire une activité qui simulait une situation en laboratoire (cela a aussi été pour les deux partenaires une bonne occasion de souligner qu'on peut permettre aux élèves de se "déplacer et d'agir" en classe).
- L'ouverture et la liaison de cette activité à d'autres thèmes
    - Pour l'IUFM: utilisation d'un logiciel, lecture d'un document historique et éducation civique.
    - Pour SSIS: une approche générale de l'histoire de la mesure et l'introduction de rapports entre des quantités non-homogènes.

Le choix fait par SSIS de ne pas donner une structure rigide à l'analyse des données collectées a permis un travail moins compliqué et un engagement plus grand auprès des stagiaires durant la phase initiale, mais s'est finalement révélé moins efficace durant la phase de comparaison des expériences en classe. Ceci était toutefois inévitable, étant donné la situation des cours en SSIS, dont la caractéristique est de compter un grand nombre d'étudiants (mais pas la totalité) qui enseignent déjà dans une classe et l'activité doit donc être insérée dans le curriculum en cours. En revanche, il s'agit de la première année d'enseignement pour tous les stagiaires à Créteil, qui enseignent à mi-temps sous la supervision d'un tuteur: malgré un accompagnement soutenu durant la séance de formation, il ne leur a pas été facile d'adapter cette activité à leur propre classe.

Outre les deux partenaires, Skärup Seminarium (avec seminarielektor Helge Thygesen) a également participé, en partie, au pilotage de cette proposition. Durant le pilotage, les stagiaires n'ont travaillé que sur la première phase de la proposition: ils se sont mesurés eux-mêmes et ont ensuite discuté de leurs découvertes. Leur objectif était d'abord de vérifier si l'hypothèse "l'envergure (épaules comprises) d'un homme est égale à sa taille" est juste. Quelques mesures et une simple fiche de travail EXCEL ont aisément démontré que cette hypothèse était valable. Mais comme les stagiaires avaient auparavant travaillé sur la section d'or, le professeur leur a proposé de vérifier aussi qu'en général le rapport entre la taille d'un homme et la distance de son nombril au sol est égal au nombre d'or. L'évaluation qui a suivi cette activité a en fait abouti à la conclusion que l'existence d'un tel rapport standard était peu probable. Les résultats individuels étaient trop différents des résultats attendus. Mais cela a donne lieu, là aussi, à des observations intéressantes sur l'art et les mathématiques.

A la fin des cours à Skärup, on a discuté de la possibilité de mesurer les élèves de l'établissement. On a conclu que permettre aux élèves de se mesurer eux-mêmes était une excellente idée. Les stagiaires pensaient qu'une telle activité intéresserait sans aucun doute les élèves et pourrait aussi susciter un intérêt pour les anciennes mesures danoises comme „favn” et „fod”, provenant bien sûr des mesures du corps humain.

Un point important mérite toutefois d'être souligné: le professeur doit prendre des précautions quand il traite de questions corporelles avec des adolescents; durant les deux principales activités pilotes, les stagiaires ont été amenés à concevoir des stratégies pour n'embarrasser aucun élève, et l'expérimentation en classe a révélé d'importantes difficultés psychologiques. Ces difficultés n'ont été entièrement surmontées qu'à partir du moment où le professeur a lui-même joué le jeu. Ce fut en fait le moment clé: le professeur est devenu un modèle, ayant eu à accepter lui aussi ses propres “différences” par rapport aux idées reçues sur la forme physique. L'activité proposée a en grande partie atteint ses objectifs, à la fois auprès des stagiaires et des élèves du secondaire; de même lors du pilotage de l'activité à Skärup. Assurément une telle activité (et de manière plus générale toute activité qui s'inspire d'une stratégie par homologie) permet aux stagiaires “de faire quelque chose qui marche vraiment en classe”, selon les stagiaires à l'IUFM de Créteil. Cependant cela ne semblait tout de même pas suffisant. Souvent, ces mêmes stagiaires n'ont pas été capables d'effectuer convenablement le travail nécessaire à une adaptation réussie. Ce qui soulève naturellement des questions, concernant essentiellement les formateurs, à savoir comment l'enseignement par homologie peut–il s'enrichir pour combler une telle lacune?