

# MOBILNÍ TELEFONY

Annette Jäpelt\*

## ÚVOD

Didaktický návrh, který zde představujeme a který se týká mobilních telefonů, je příspěvkem k projektu LOSST-IN-MATH. Sestává se z porovnání různých tarifních systémů, které jsou k dispozici pro volání mobilními telefony. Tento námět byl zvolen proto, že jeho řešení je součástí každodenního života žáků a protože jde o poměrně komplikovaný problém s mnoha proměnnými. Lze jím rozvíjet dovednosti zpracování problému a modelování. V návrzích budeme na tarifní systémy pohlížet přes matematické pojmy. Návrh byl vyzkoušen těmito partnery, Skårup Seminarium a Università di Pisa, a IUFM Paříž. Pro první dva partnery bylo navrženo následující schéma:

- Úvod pro studenty VŠ - budoucí učitele.
- Studenti učitelství projednají ve skupinách jak vytvořit nejlepší přípravu na hodinu matematiky.
- Zpracování přípravy.
- Studenti VŠ vyzkoušejí návrh ve škole. Vyhodnocení.



---

\* Skårup Seminarium, Dánsko.

## Hlavní pilotáž

Annette Jäpelt

### ŘEŠENÍ PROBLÉMU S VYUŽITÍM BROŽUR A REKLAM

Následující text je součástí projektu LOSST-IN-MATH. Námět byl navržen a poprvé vyzkoušen s budoucími učiteli matematiky ve třetím ročníku dánské pedagogické fakulty Skårup Seminarium.

Vzdělávání učitelů zde trvá čtyři roky a účastníci učitelských kurzů jsou pak oprávněni vyučovat na základní škole a nižším stupni střední školy.

Matematika je součástí čtyřletého studia ve stejném týmu a se stejným vyučujícím (oborovým didaktikem). Každý týden mají účastníci didaktického semináře na tuto disciplinu k dispozici asi pět hodin.

### NÁVRH

Je důležité, aby žáci mohli úspěšně „manévrovat“ v každodenním životě. Existuje mnoho oblastí, kde je matematika jediným předmětem, který k tomu může přispět. V dnešní době jsou žáci bombardováni reklamami o mobilních telefonech, a za volání utratí často spoustu peněz. Následující informace mohou každodenní život žáků podstatnou měrou ovlivnit, jsou pro ně tedy důležité. V tomto věku (13 – 14 let) již žáci sami často nakupují a platí. Plán „Ann Tarif“ pro mobilní telefony obsahuje řadu proměnných, a tak je pro většinu lidí obtížné se rozhodnout, co bude nejlepší koupit. To je důvod, proč jsme se didaktický návrh o mobilních telefonech rozhodli zařadit do projektu. Učitelé na vysokých školách (VŠ), kteří připravují budoucí učitele, byli vyzváni, aby připravili program výuky na toto téma. Výuka by se měla později realizovat se žáky sedmých tříd základní školy. Žáci by měli nejprve dostat nezbytné údaje, které jsou obvykle obsaženy reklamách. Pro matematické řešení problému by nejspíš připadaly v úvahu lineární funkce. Ale žáci dosud pojem funkce neprobrali, a protože na seznámení s lineárními funkcemi je příliš málo času, je třeba pracovat s pojmem proměnná.

Plán pilotáže aktivity ve Skårup znázorňuje následující schéma:

Zainteresované hlavní osoby	Časové rozvržení učiva	Popis
Oborový didaktik		Účastníkům učitelského kurzu je zaslán úvod e-mailem
Účastníci učitelského kurzu	1 hod.	Jeden účastník učitelského kurzu připravil úvod, založený na informacích z internetu. Informuje ostatní účastníky kurzu o cenách, týkajících se mobilních telefonů
Účastníci kurzu ve skupinách	1 hod. Videozáznam	Účastníci učitelského kurzu pracují ve skupinách, aby naplánovali hodinu se žáky



Účastníci kurzu	2 hod. Videozáznam	Celý tým diskutuje jak připravit výuku, včetně podmínek pro hodinu, která se bude realizovat ve škole
Žáci a šest účastníků kurzu	1 hod. Videozáznam	Hodina ve škole
Oborový didaktik a účastníci kurzu	1 hod.	Vyhodnocení

## Všeobecné informace

*Počet vyučujících:* 1 (vyučující na Skårup Seminarium)

*Počet účastníků kurzu:* 25

*Počet tříd zapojených do pilotáže:* 1 (7. třída základní školy)

*Počet a věk žáků:* 20 žáků, věk 13 – 14 let

*Počet dospělých v každé učebně během hodiny:* 5 účastníků kurzu (přítomných v dané třídě poprvé), učitel matematiky a oborový didaktik.

## Cíle

*Pro vyučující VŠ*

- Poskytování informací
- Napomáhání účastníkům učitelského školení od teorie k praxi
- Hodnocení

*Pro budoucí učitele:*

- Zpracovat řešení problému jako součást matematiky a v souladu s tím zahrnout do výuky matematiky každodenní situace
- Porozumět výrazům, které obsahují proměnné a používat je
- Projednat a rozpracovat přípravu vyučovací hodiny
- Uskutečnit přípravu vyučovací hodiny

*Pro žáky 2. stupně ZŠ a nižších gymnázií:*

- Zpracovat řešení problému jako součást matematiky
- Zabývat se při výuce matematiky každodenními situacemi
- Pracovat na pojmu proměnná
- „Manévrovat“ v běžném životě, tj. využívat vědomosti z hodin matematiky v praxi
- Zaujímat kritická stanoviska k informacím získaným z reklam

## Instrukce pro budoucí učitele

Na úvod byl účastníkům kurzu zaslán elektronickou poštou následující list:



## Řešení problému ve spojení s brožurami a reklamami

**Předmět:** Mobilní telefony

**Cíle:** Jak bylo uvedeno shora

**Popis:** Před žáky v sedmé třídě je postaven problém, pro jehož řešení jsou potřebné údaje obsažené v reklamě.

**Instrukce pro žáky:** Žáci obdrží několik reklamních letáků a učitel k nim klade různé otázky. Aby žáci přišli na odpověď, musí použít matematiku. Potom je učitel vyzve, aby vytvořili svou vlastní reklamu, která by byla pokud možno co nejvíce popisná.

**Úkol pro studenty didaktického semináře:**

- Jak můžete zorganizovat hodinu pro žáky?
- Jaké otázky byste jim měli položit?
- Co přesně chcete, aby žáci dělali?
- Kolik reklam jim ukážete, popř. měli by žáci vyhledat něco sami?
- Jsou žáci lepší při řešení reálných nebo výhradně technických problémů?
- Jaké obtíže očekáváte v souvislosti s výukou?
- Co očekáváte, že si žáci „odnesou“ z této hodiny?
- Jaký druh výkonu lze v této hodině ohodnotit a jak?
- Které podobné problémy se dají takto řešit?
- Dále: Můžete sami přinést nějaké reklamy na mobilní telefony.

## PILOTÁŽ

### Postup při didaktickém semináři

Počet budoucích učitelů je 25. Studují ve třetím ročníku na Skårup Seminarium, aby se stali učiteli. Jeden z účastníků učitelského kurzu se připravil, aby provedl úvod do cen mobilních telefonů, při předplatném, za poplatky za hovor a za textové zprávy. Tento úvod trvá celou hodinu.

### Příprava hodiny [*Tato část byla zaznamenána na video*]

Účastníci učitelského kurzu pracovali ve skupinách, aby naplánovali výuku se žáky. I ta trvala hodinu. Zde jsou uvedeny zlomky z prezentací skupinové práce studentů učitelství:

#### Skupina 1

*Jako půjčka nebo koupě. Dvě různá předplatná. Které z nich si vyberou?*

## Skupina 2

*Různé reklamy a tři různé požadavky. Každá skupina bude mít jednu reklamu a tři požadavky. Skupina připraví algoritmus pro cenu a graf. Potom skupiny porovnají ceny. Neustranně posoudí, jestli by se dalo upravit text tak, aby byl užitečný.*

*Který z nich je pro vás nejlepší?*

*Vypadá to jako příběh.*

*Kdybychom měli více času, problém by mohl být otevřenější.*

## Skupina 3

*Žáci dostanou na prohlédnutí spoustu reklam. Pak se pustí do práce, určí si své požadavky a obhajují svou volbu telefonu.*

*Žáci by se měli rozdělit do skupin a v nich připravit přehled svých požadavků graficky. Půjde o různé telefonní společnosti. Potom připraví svou vlastní reklamu.*

*Ústně: skupiny žáků budou obhajovat svou volbu telefonu v plénu.*



**Budoucí učitelé prezentují práci, vykonanou ve skupinách**

Konečně celý tým diskutuje jak sestavit výuku včetně podmínek pro hodinu se žáky:

- Účastníci kurzu žáky zatím neznají.
- Je k dispozici pouze jedna hodina a žádný čas pro reflexi.
- Žáci dosud neznají pojem funkce.
- V důsledku omezeného času se žáky ve třídě se budoucí učitelé rozhodují zvolit jak předplatné, tak požadavek za hovor a text. Také se rozhodují, že budou vést hodinu poměrně tradičním, řízeným způsobem.

Útržky diskuse v plénu:

- *Všichni si přejí, aby žáci vytvořili graf.*
- *Protože ne každý má mobil, žáci by měli mít jen fiktivní požadavky.*
- *Které činitele by se měly vést jako proměnné?*
- *Mají žáci čas, aby byli kritičtí?*
- *Konečná volba.*



- *Dialog o cenách - všeobecně.*
- *3 fiktivní požadavky a graf, který je představuje.*
- *Jak budou žáci zakreslovat graf?*
- *Kolik práce jsou žáci schopni udělat v daném čase?*
- *Každá skupina dostane jeden inzerát.*

Výuka, kterou studenti učitelství připravili, je popsána dále (pokyny budoucích učitelů pro žáky).

Žáci budou muset na papír od ruky nakreslit sloupcový diagram, aby si představili situaci.

Nakonec potřebují studenti učitelství čas na diskusi.

Pět z nich se dobrovolně přihlásí k výuce ve škole. Jeden chce udělat úvod a potom se určí jeden student pro každou skupinu, protože si studenti jako budoucí učitelé naplánovali, že žáci budou pracovat ve pěti skupinách po čtyřech.

## VÝUKA SE ŽÁKY

Protože studenti učitelství mají při výuce poměrně málo času, rozhodují se vést žáky tak, aby měli poměrně fixní a jasný úvod do problému. Žáci si prohlížejí reklamy, ale nemusí sami vybírat žádné informace.

### Učitelé (studenti na praxi) zahájí hodinu takto:

#### *Matematika s mobilem v sedmé třídě*

Nejprve běžný úvod hodiny.

Třída je rozdělena do 5 skupin:

- Skupina 1: Společnost č. 1
- Skupina 2: Společnost č. 2
- Skupina 3: Společnost č. 3
- Skupina 4: Společnost č. 4
- Skupina 5: Společnost č. 5

Každá skupina dostane 3 fiktivní požadavky a jedno předplatné. Z toho mají vypočítat, který požadavek se pro jejich předplatné nejlépe hodí.

*Požadavek 1: 10 min. hovoru + 600 textových zpráv. (Modrá na obr. 1)*

*Požadavek 2: 1 hod. hovoru + 200 textových zpráv. (Červená na obr. 1)*

*Požadavek 3: 3 hod. hovoru + 60 textových zpráv. (Zelená na obr. 1)*

Každá skupina vytvoří sloupcový diagram znázorňující 3 různé požadavky podle svého předplatného.

Nakonec proběhne v hodině případná debata o cenových rozdílech.

## Příklad toho, co se od žáků očekává jako výsledek výuky

Pro lepší pochopení je vložen následující příklad, který ukazuje výpočty a sloupcový diagram.

Cena ve Společnosti č.2 je:

- 0,75 DKR/min. hovoru
- 0,20 DKR/text

Z těchto údajů mají žáci vypočítat, které předplatné se nejlépe hodí jejich potřebám.

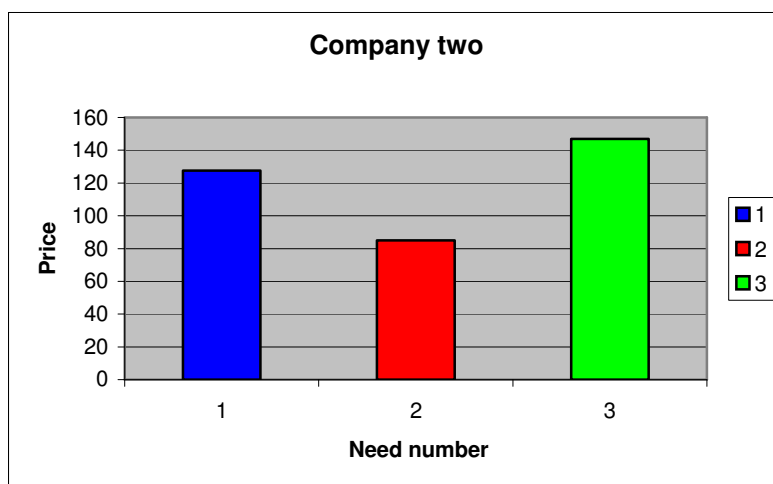
Ceny pro skupinu dvě by pak byly:

*Požadavek 1:* 10 minut à 0,75 DKR/min. + 600 SMS à 0,20DKR/SMS = 127,50DKR

*Požadavek 2:* 60 minut à 0,75 DKR/min. + 200 SMS à 0,20 DKR/SMS = 85,00 DKR

*Požadavek 3:* 180 minut à 0,75/min + 60 SMS à 0,20 DKR/SMS = 147,00 DKR

Sloupcový diagram je uveden na obr. 1:



Obrázek 1. Sloupcový diagram konečných cen

## Postup při výuce

Je zde dvacet žáků ve věku asi 14 let. Je to škola Øster Åby Free School, situovaná poněkud severně od města Svendborg. Učitel matematiky je ve třídě přítomen, ale pouze přihlíží. Z fakulty přišlo na praxi šest studentů. Jeden hodinu zahájil výkladem a ostatní pak pomáhali každé z pěti skupin. Žáci se soustředili na svou práci. Spolupráce mezi žáky a praktikujícími studenty byla dobrá. Praktikanti nepřevzali iniciativu, ale dali žákům prostor, aby mohli být aktivní. Když žáci přestali pracovat, kladli učitelé návodné otázky, aby jim pomohli postoupit o další krok vpřed. Žáci vypočítali, kolik by je stálo předplatné se třemi danými požadavky, které si předem určili. Pánované diagramy pak žáci nakreslili velice rychle. Získali tím čas, aby se podívali na některé jiné nabídky s předplatným a to jim posloužilo jako dobrý úvod do následující diskuse v plénu.

Nakonec žáci debatovali se svými učiteli o tom, který z pěti plánů na předplatné by si vybrali. Uvedli také, jaké předplatné skutečně mají a proč si ho zvolili.



Žáci pracují ve třídě

### Zpětná vazba pro studenty učitelství

Na konci hodiny měli studenti, kteří vyučovali, říci, co si o vyučovací hodině myslí. Odpověděli, že hodina byla dobrá.

Učitel matematiky potvrdil, že i žáci mluvili o vyučovací hodině pozitivně.

Jako podklad pro dialog dostali vyučující studenti schéma pro hodnocení pedagogické praxe. Schéma je zde k nahlédnutí, včetně některých poznámek praktikujících studentů.

### Zhodnocení hodiny o mobilních telefonech

Všichni studenti byli vyzváni, aby vyplnili všechny body pro vyučovací hodiny, jichž se zúčastnili:

Úkol	Co bylo dobré?	Co bylo špatné?	Poznámky
Příprava pro žáky	<p><i>Počáteční příprava v malých skupinkách přináší více informací, které se budou prezentovat před celou třídou. Je dobrý problém s někým prodiskutovat.</i></p> <p><i>Dobrá skupinová práce, která přinesla mnoho nápadů. Rychlý postup. Každý něco řekl.</i></p>	<p><i>Možná někdo nevyjádřil své názory a pouze souhlasil s ostatními?</i></p>	<p><i>Udělat případně předem dohodu o tom, jak bude probíhat konečný výběr.</i></p> <p><i>Nechat každou malou skupinku napsat stránku s vlastním návrhem.</i></p>



Jak se žáci učili	<i>Dobrá práce ve skupinách, ale vždycky je někdo, kdo se jen „veze“.</i>	<i>Měli bychom se všichni dohodnout co dělat, když skončí ti rychlí.</i>	<i>Někteří byli hotovi velmi rychle, ale jiní ne.  Je těžké rozlišovat a ujistit se, že všichni rozuměli.</i>
Co jste se naučili v hodině vy?	<i>Zkušenost s plánováním a úspěch hodiny</i>		

#### Schéma hodnocení pro studenty učitelství

Studenti, kteří vyučovali, dostali dále otázku, jak by mohlo vypadat hodnocení žáků. Zde je jedna z odpovědí:

*Myslím si, že si žáci musí vyhodnotit jen postup, jak vypracovali pokyny, a nikoliv technický výsledek. Ten by se měl poměřovat ve srovnání s podobnými problémy.*

Hodnocení by mohlo být:

*Jaké to je pracovat ve skupinách při matematice? Proč?*

*Jak rádi pracujete? – Proč?*

*Jaké to je mít kolem sebe tolik učitelů? – Proč?*

*Hodnotící diskuse probíhá v učebně o 10 – 15 minut později ve stejných skupinách, ve kterých žáci pracovali.*

#### Popis jiné situace při pedagogické praxi

Na začátku studijního roku 2004 jsme se na pedagogické fakultě zabývali lineárními funkcemi. Jako jeden z mnoha specifických příkladů jsme vybrali práci s platbou ve vztahu k používání mobilních telefonů.

Později jedna ze studentek učitelství použila tento postup ve třetím roce své pedagogické praxe. Navštívila jsem ji v učebně, když probírali tuto látku a hodiny jsem zaznamenala na video. Hodiny probíhaly v šesté třídě v jedné ze škol ve městě Svendborg.

Všichni žáci se v těchto dvou hodinách něčemu naučili, ale rozdíly byly značné. Někteří žáci dokázali nakreslit diagramy pro dvě rozdílná předplatná jen s dopomocí; ostatní nesvedli nakreslit graf ani pro nejjednodušší lineární funkci, ale byli schopni provést alespoň první krok k vyjádření proměnné. Většina žáků byla ve střední skupině mezi těmito krajními případy. Pokud by žáci na této aktivitě pracovali před tím, než proberou lineární funkce, musela by se výchozí situace zjednodušit:

- Muselo by se asi pracovat jen s celými čísly a jen s jednou proměnnou.
- Toto téma by se mělo zřejmě probírat později, ale i tak může přispět k lepšímu rozlišení výsledků výuky, protože obsahuje mnoho možností jak rozšířit výpočty.

## POZNÁMKY

Vzhledem k omezenému času, který měli studenti učitelství k dispozici, rozhodli se vést vyučovací hodinu poměrně tradičním, řízeným způsobem.

Žákům se dobře dařilo provádění operací, které se od nich vyžadovaly, a dokázali také upravit výsledky tak, aby byly použitelné v praxi.

Jeden z faktorů, který chci jako oborový didaktik zdůraznit, je rozvoj schopnosti žáků číst textové zprávy a umět z nich vypracovat matematický model. Bohužel jsme neměli dost času, abychom mohli tento úkol provést. Byl by to první krok k využití matematiky v každodenním životě. Hlavní otázka v této souvislosti by byla, jestli jsou žáci schopni přenést látku, kterou se naučili ve školní matematice do každodenního života. Mám zkušenost, že i studenti učitelství od sebe oddělují vědomosti nabyté v jednom předmětu od znalostí získaných jinde a že hodnota přenosu z jedné oblasti života do jiné je velmi malá.

Kdyby žáci vždy dokázali použít matematiku k řešení svých problémů, zvýšilo by se jejich zaujetí pro matematické učivo a s tím spojená schopnost učit se a látku si zapamatovat. Tím by se také zvýšila možnost využití matematiky v každodenním životě pro žáky, kteří již školu dokončili.

Často mi připadá, jako by se všechny znalosti vytrácely i uvnitř školského systému. Viděla jsem, že studenti vyšší střední školy jsou schopni použít školní matematiku jen zřídka, a mám zkušenost, že ani naši studenti na pedagogické fakultě nedovedli použít matematiku, kterou se naučili na střední škole. Možná že by si tehdy matematiku lépe zapamatovali, kdyby v hodinách bylo vyšší zaujetí na straně studentů a méně rutinní výuky na straně učitele. Rutinní práce je potřeba, ale neměla by být jedinou a dominantní cestou.

### Poznámka k aktivitě

Z důvodu velkého množství proměnných by bylo lepší použít software na zpracování tabulek (spreadsheet).

V Dánsku by to mohly být následující proměnné:

*cena telefonu – měsíční poplatek – poplatek za minutu – poplatek za hovor – poplatek za video – poplatek za textovou zprávu – další poplatky*

Cena je funkcí o mnoha různých proměnných, což mnoha lidem ztěžuje určit, co by bylo nejlepší, aby si pro svou potřebu zakoupili.

Se softwarem na zpracování tabulek (spreadsheet) se dá velmi rychle zjistit, co se stane, když změním proměnné, a také si každý udělá představu, co taková změna s sebou nese. Žákům se často obraz změny utopí v časově náročných výpočtech.

### Všeobecná poznámka

Bylo velmi užitečné mít přímý kontakt s přípravou vyučovací hodiny na základní škole, a to jak pro mne v roli učitele, oborového didaktika, na pedagogické fakultě, tak pro studenty - budoucí učitele na základních a středních školách. Oborový



didaktik funguje v Dánsku spíše jako poradce než jako účastník pedagogické praxe studentů: moje zkušenost s tímto projektem rozhodla, že se budu snažit to změnit. Bylo velmi důležité sledovat postup od prvních kroků budoucích učitelů při plánování hodiny až po skutečnou výuku ve škole. Zapojení účastníků kurzu a reflexe na praxi byly velmi pozitivní. Je normální, že se pro práci nadchne více studentů, když přímo vidí výsledek.

Přála bych si, aby celé vzdělávání učitelů bylo založeno na pravidelné vzájemné součinnosti teorie a praxe.

## PODĚKOVÁNÍ

Děkuji Øster Åby Free School, sedmé třídě a jejich učiteli matematiky, Brianu M. Østergårdovi.

A rovněž děkuji své matematické třídě 22.4. ve Skårup Seminarium za jejich laskavost.

## Druhá pilotáž

Franco Favilli\* a Carlo Romanelli\*\*

V rámci projektových aktivit LOSST-IN-MATH byl připraven didaktický návrh *Mobilní telefony* a předložen k diskusi studentům učitelství. Návrh byl později vyzkoušen dvěma dvojicemi studentů ve dvou třídách nižší střední školy.

Mezi matematickými pojmy potřebnými pro porovnávání, byla věnována zvláštní pozornost úměrnosti, aritmetickým posloupnostem, funkcím, grafickým znázorněním, aproximacím a základním prvkům statistiky. Během aktivit ve třídě používali žáci také software Excel.

## Návrh

Aktivita nazvaná *Mobilní telefony*, jak se zdá, koresponduje s dobrým způsobem zacházení s matematickými pojmy. Uvádí je pomocí směsi teoretických a praktických úkolů. Rozšíření a prohloubení učiva může snadno zavést debatu ve třídě mimo rámec běžných osnov pro výuku matematiky na 2. stupni základní školy nebo na nižším stupni střední školy (SŠ). Pilotáž aktivity proto vyžaduje především definici specifických didaktických cílů a výběr jen několika z možných matematických pojmů pro výklad, popř. další využití (v případě, že je žáci již ovládají).

Studenti učitelství pracují po dvou nebo po třech. Vyučující rozdají každé skupině několik tarifních plánů pro volání mobilními telefony a vyzvou studenty, aby rozdělili

\* Centro di Ateneo di Formazione Ricerca Educativa – CAFRE, Università di Pisa, Itálie.

\*\* Istituto Comprensivo “E. Pea”, Seravezza (LU), Itálie.

tarify porovnali. Každou skupinu pak požádají, aby určila nejvhodnější tarifní plán pro průměrné používání mobilního telefonu. Všechny rozdílné volby se nakonec prezentují a obhajují před ostatními skupinami.

Stejné schéma by se mělo využít jak v práci s budoucími učiteli v didaktickém semináři na pedagogické fakultě, tak při jejich pedagogické praxi se žáky ve škole.

Následující schéma znázorňuje přípravu a průběh pilotáže:

Postup							
Učitelé VŠ (10 hod.)  Příprava didaktického návrhu	Učitelé a studenti VŠ (4 hod.) Úvod Skupinová práce Diskuse	Studenti VŠ (2hod.)	Student učitelství a žáci (2hod.) Úvod Skupinová práce Diskuse	Studenti VŠ (2hod.)	Studenti a učitelé VŠ (4 hod.) Podávání zpráv z praxe Diskuse	Studenti VŠ (4hod.)	Vyučující VŠ (5hod.) Závěrečná zpráva
Cíle		Metodologie v kontextu					
Krátkodobé	Vědomosti Kompetence	Promyšlení – Příprava na hodinu	Studenti VŠ Vědomosti	Žáci Vědomosti Kompetence	Promyšlení hodiny – Zpráva	Vyučující VŠ Socializace	Studenti VŠ Metodologie
Dlouhodobé	Metodologie Socializace		Metodologie	Socializace		Metodologie	Promyšlení – poznámky – Dokončování přípravy na hodinu – Zpráva pro učitele

### Všeobecné informace

*Počet vyučujících:* 2 (jeden vyučující VŠ a jeden učitel nižšího stupně SŠ)

*Počet studentů učitelství:* 42

*Počet tříd zahrnutých do pilotáže:* 2 (třetí ročník nižšího stupně SŠ)

*Počet a věk žáků:* 40 žáků ve věku 13 let

*Počet dospělých v každé učebně během výuky:* 2 studenti (přítomni v těchto třídách poprvé) a učitel

### Cíle

Vzdělávací cíle návrhu lze zhruba rozdělit na cíle obecné a cíle vztahující se k obsahu učiva.

Za obecné cíle lze považovat:

- Lépe žáky informovat žáky o použití mobilních telefonů a o potřebě provádět správný a kritický výběr.

- Zadat dotazník.
- Podporovat spolupráci při aktivitách řešení problémů.
- Zvýšit znalostí odborné terminologie z ekonomie, financí a obchodu.
- Zahrnout do vzdělávací aktivity rodiny žáků.

*Za matematické cíle lze považovat:*

- Zefektivnit a ztraktivnit výuku matematiky a její učení pomocí zkoumání a hodnocení potřeb každodenního života.
- Identifikovat problém, který se má řešit statistickým průzkumem.
- Vyjít ze reálného problému, zavést nebo zopakovat základní statistické pojmy, jako je populace, zdroje údajů, sběr údajů, statistické jednotky, údaje o organizaci, reprezentativní a nereprezentativní vzorky údajů, četnost a procentní hodnoty, statistické indexy, jejich prezentace a interpretace pomocí grafů.
- Vyjít z reálného problému, zavést nebo zopakovat základní matematické pojmy, jako je funkce, grafy funkcí, skoková funkce, aritmetická posloupnost, přímá úměrnost, aproximace, lineární rovnice.
- Zlepšit ve třídě výuku základní technologie, a to zejména u žáků s handicapem.

## **Zadání**

*Pro studenty učitelství*

Příprava vyučovací jednotky vždycky vyžaduje, aby učitel provedl metodickou a didaktickou volbu. Pokud se týká návrhu *Mobilní telefon*, příprava vyučujícími VŠ, pilotáž nejprve se studenty VŠ a později se žáky ve škole, diskuse v průběhu didaktického semináře na VŠ, vlastně celý experiment je příležitostí, aby si jak vyučující, tak studenti na vysoké škole uvědomili, že otázky, které zde uvádíme, mohou vyvolat rozmanité odpovědi:

- Jaký tarifní systém máte u svého mobilního telefonu?
- Uvažovali jste někdy o porovnání vašeho systému s ostatními, v poslední době zaváděnými systémy?
- Snažili jste se někdy určit současnou cenu vašeho průměrného hovoru za minutu?
- Co pro vás znamená průměrný hovor? Porovnejte váš názor s názorem ostatních žáků ve skupině.
- Uvědomujete si množství proměnných, které umožňují takový výpočet?
- Myslíte si, že je snadné takovou cenu vypočítat?
- Jaké znalosti potřebujete, abyste mohli vypočítat tuto cenu?
- Udělejte seznam matematických a statistických pojmů, které jsou podle vašeho názoru k tomu zapotřebí.
- Které z nich lze najít v matematickém programu nižší střední školy?



- Snažte se určit alespoň dva tarifní systémy, s jejichž pomocí by mohli třináctiletí žáci vypočítat cenu průměrného hovoru ze svého mobilního telefonu.
- Porovnejte grafy ( $x = m$ ,  $y = \text{€}$ ) dvou tarifních systémů.
- Možná, že potřebujete stanovit některé proměnné ...
- Pokuste se připravit plán hodiny matematiky pro třídu na nižší střední škole.
- Co kdybyste předložili žákům dotazník, kterým byste je uvedli do problému, aby si uvědomili jeho složitost? Lépe byste poznali složení třídy.
- Možná že byste mohli začít s úpravou tarifního systému, abyste ho zjednodušili pro potřebu výuky.
- Uvažujete pro zpracování různých informací o použití softwaru jako je například EXCEL a použijete ho k zakreslení grafů?
- Jaký druh aproximací použijete?
- Jak by se mohlo uskutečnit propojení s ostatními školními předměty?
- Jak by se dal tento návrh (řešení problému) aplikovat v hodině matematiky na vyšší střední škole?

*Pro žáky 2. stupně ZŠ a nižších gymnázií*

- Kolik peněz utratíte za mobilní telefon měsíčně? Porovnejte to se svými spolužáky.
- Víte, který tarifní systém máte? Jestliže ne, zavolejte operátora svého mobilního telefonu a zeptejte se ho na podrobnosti vašeho tarifního systému!
- Porovnejme informace, které jste získali o svém tarifním systému s tímto (viz Obr. 1 dále).
- Který z nich více vyhovuje průměrnému používání vašeho mobilního telefonu?
- Jak dlouho by měl průměrný hovor trvat, aby byl váš systém výhodnější?
- Snažili jste se někdy provést podobné srovnání?
- Dovedete si představit, že je možné udělat přesnější srovnání tarifních systémů s pomocí matematických pojmů?
- Budete hledat jiný systém?
- Snažte se určit tarifní systém, který by lépe vyhovoval potřebám členů vaší skupiny.
- Zakreslete nový tarifní systém, který by byl ideální (a realistický!) pro celou skupinu.
- Jste spokojeni s touto aktivitou? Proč?
- Proč, podle vašeho názoru, pro vás učitel tuto aktivitu navrhl?
- Napište zprávu o této aktivitě.

## Didaktický seminář

Studenti učitelství vytvořili dvojice. Vyučující jim předložili pro srovnání několik různých tarifních systémů (dostupných na Internetu) pro volání mobilními telefony. Pak byli studenti vyzváni, aby určili nejvýhodnější tarifní systém pro průměrné používání svého mobilního telefonu.



Studenti VŠ pracují ve dvojicích

Nejprve studenti určili různé proměnné, které by se měly vzít v úvahu pro zmatematizování problému, a sepsali je na tabuli. Hned bylo jasné, že jde o problém značně komplexní. Po dohodě o tom, které proměnné zohlednit, s částečným využitím informací dostupných z tarifních systémů a po jejich částečné úpravě, studenti načrtli na tabuli srovnání pomocí kartézských grafů.

Vezmeme-li v úvahu studijní obory účastníků kurzu (ukončené studium přírodních věd, bez matematiky), vyšla jasně najevo, že studenti potřebují prohloubit vědomosti, zejména pokud jde o určité matematické a statické pojmy. Proto vyučující ihned podali základní informace potřebné ke splnění úkolu.

Studenti byli pak vyzváni, aby si na dané téma promysleli strukturu výuky na nižším stupni střední školy. Po dlouhé a důkladné debatě, nejprve ve skupinách a později v celé třídě, se dvě dvojice studentů uvolily připravit vyučovací hodinu, vést výuku a podat pak zprávu o svých zkušenostech ostatním.

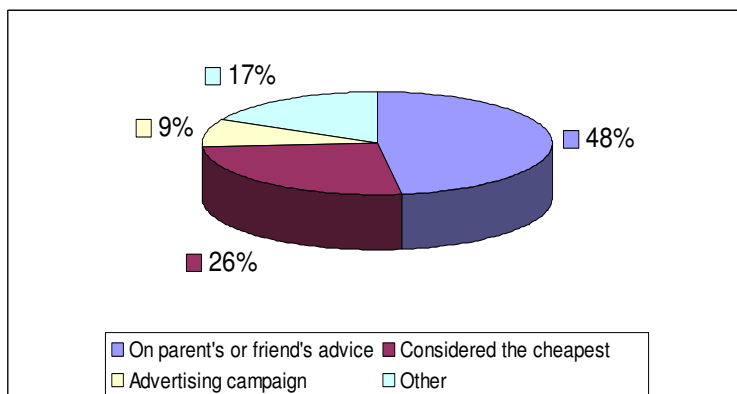
Na konci hodiny rozdali vyučující studentům další tarifní systémy a příklady možných matematických otázek, které vycházejí z jejich aplikace.

## Hodina ve škole

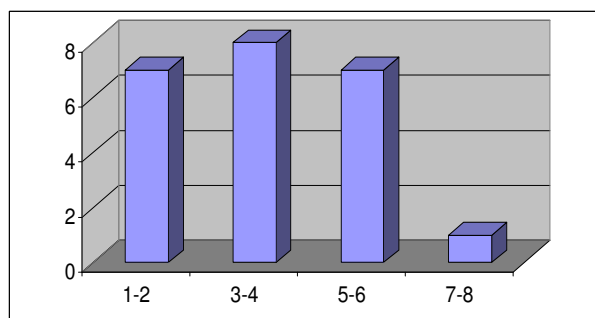
Obě dvojice studentů se před pilotáží návrhu ve škole setkaly. Budoucí učitelé si znovu promysleli aktivity z didaktického semináře a rozhodli se, že problém představí jiným způsobem, který by žáky více motivoval - předloží dvěma třídám, kde mají učit, dotazník o používání mobilního telefonu. Žáků se také zeptají, jakou roli při volbě mobilních telefonů mají jejich rodiče a jak se k mobilům staví. Analýza získaných odpovědí ve třídách prokázala, jak málo žáci vědí o skutečné ceně svých hovorů a o různých proměnných, které ji ovlivňují. A co hůř, jak malý zájem mají o to, aby si našli takový tarifní systém, který by byl pro jejich potřeby výhodnější. Analýza dotazníků byla provedena s pomocí softwaru Excel.

Později byly žákům rozdány tarifní systémy, které studenti učitelství upravili pro daný výukový kontext tak, aby se daly snadněji interpretovat a použít pro aktivitu řešení problému. Žáci pracovali ve dvojicích.

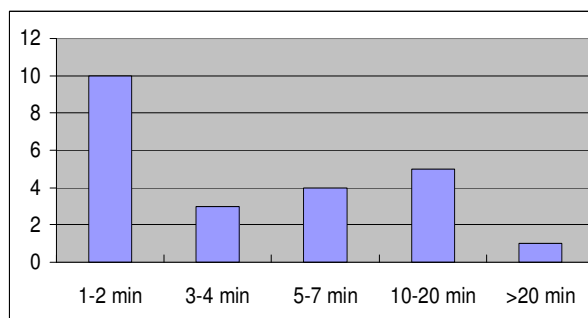
Matematické a statistické pojmy byly použity (viz *Cíle*) zejména při konstrukci grafů a analýze různých potřeb a zvyků, které žáci uvedli ve svých odpovědích. Jak je vidět z dalšího textu, byly pro statistickou analýzu použity různé typy grafů:



**Motivace pro výběr tarifního plánu**



**Průměrný počet hovorů za den / žáci**



**Průměrná délka hovoru / žáci**

Role a význam numerických aproximací a různých stadií pro jejich výklad se jasně projevila při výpočtu cen potřebných pro porovnání tarifních systémů. Jeden ze studentů na pedagogické praxi prohlásil: někteří žáci zaokrouhlili čísla až nakonec, po provedení výpočtů, kde vždy použili nezaokrouhlené hodnoty, jiní zaokrouhlili čísla, která vyšla, hned a pro další výpočty použili tyto zaokrouhlené hodnoty. Bylo dobré během diskuse ve třídě ukázat, nakolik mohou tyto rozdíly vést k rozdílnému ohodnocení nejvýhodnějšího tarifního systému.

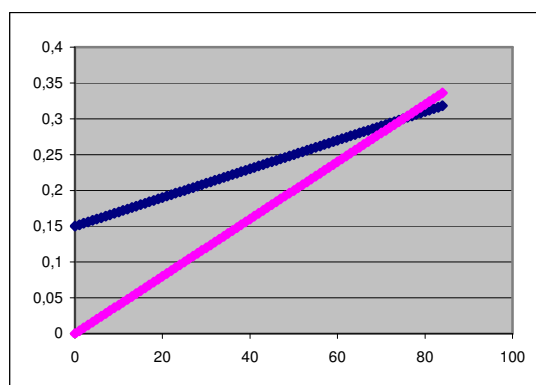




Zaokrouhlování na různých úrovních

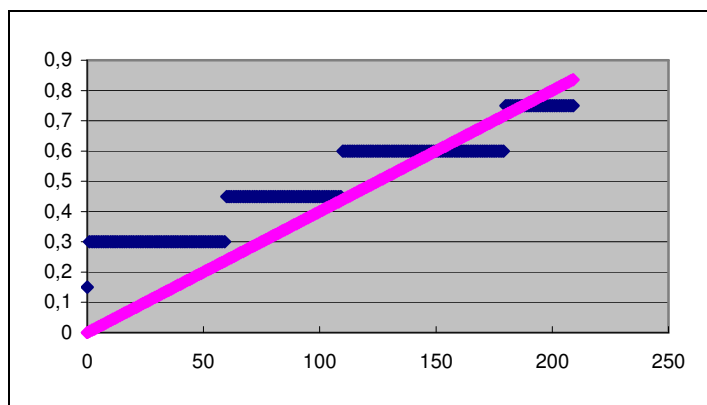
Pilotáž také ukázala, že je možno zavést pojmy aritmetických posloupností i na nižším stupni střední školy (viz tabulka a grafy na obr. 1).

Minuti	Scatto alla risposta $y = 0,15 + 0,002 \cdot x$	No scatto alla risposta $y = 0,004 \cdot x$
0	0,150	0,000
1	0,152	0,004
2	0,154	0,008
3	0,156	0,012
4	0,158	0,016
5	0,160	0,020
6	0,162	0,024
7	0,164	0,028
8	0,166	0,032
9	0,168	0,036
10	0,170	0,040
11	0,172	0,044
12	0,174	0,048
13	0,176	0,052
14	0,178	0,056



Obrázek 1. Aritmetické posloupnosti a jejich grafické znázornění

Pojmy lineární funkce a skokové funkce byly vysvětleny pomocí jejich grafických znázornění (viz grafy na obr. 2). Tím bylo dosaženo, že každý žák mohl lépe hodnotit, při individuálním průměrném používání mobilního telefonu, výhodu volby takového tarifního systému, který je založen například na úměrnosti mezi cenou a časem, než tarifního systému, který je postaven na jednotkách času, a naopak.



Obrázek 2. Porovnávání tarifů (lineární funkce vs. po částech konstantní funkce)

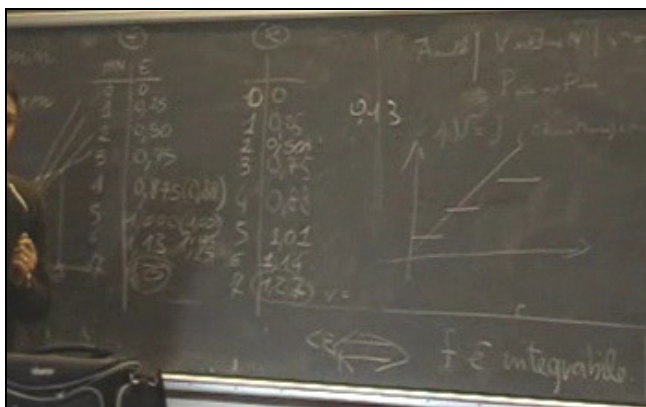
Je důležité zmínit, že pro některé žáky, jak se dalo čekat, byl úkol používat pravouhlé souřadnice s různými měrovými jednotkami pro proměnné  $x$ ,  $y$  nesmírně obtížný.

### Zpětná vazba pro studenty učitelství

Po pilotáži se čtyři studenti opět sešli, aby provedli reflexi na zkušenosti a připravili zprávu pro ostatní. Proto se také podívali na video záznamy natočené při práci ve třídě. Aby žáci neměli z přítomnosti neznámého dospělého člověka ve třídě nepříjemný pocit, výuku natočil jeden ze žáků.

Bylo také dohodnuto, že semináře na fakultě, který je určen pro zpětnou vazbu, se kromě dvou vyučujících a všech studentů zúčastní i dva žáci.

Čtyři studenti, kteří učili na praxi, prezentovali pilotáž v hodinách matematiky, uvedli poznámky a připomínky a ukázali nejdůležitější video klipy natočené ve třídách. Většina výše uvedených výsledků pilotáže byla předložena k diskusi.



Tabulky a grafy studentů VŠ

Není bohužel překvapující, že zatímco děti byly při diskusi aktivní, studenti, kteří se pilotáže nezúčastnili, se do diskuse zapojili pouze příležitostně.

Bylo zřejmé, že se žáci v (pro ně) novém vzdělávacím kontextu cítili jako doma. Kromě několika zajímavých poznámek a všeobecného ocenění projektu, k jehož vyzkoušení sami aktivně přispěli, žáci uvedli, že všechny ve třídě překvapil obrovský rozsah matematického učiva v daném problému. Předpokládalo se, že projekt bude snadný a opak byl pravdou.

Jak se očekávalo, studenti uznali, že je možné využít návrh i na vyšším stupni střední školy. To by umožnilo zavést další matematické pojmy a vytvořit příklady problémů například v oblasti lineárního programování a optimalizace.

Po semináři, v němž proběhla zpětná vazba, se čtyři studenti opět sešli, aby dále rozpracovali společnou zprávu z pedagogické praxe. Komentář k pilotované aktivitě provedli jednotlivě, s osobními poznámkami a postřehy. Předložili ji ve formě *Unità di Apprendimento* (Výuková jednotka). To je součást metodologie výuky, kterou nedávno v Itálii zavedla nová školská reforma. Pro čtyři studenty byla zpráva o výukových jednotkách součástí práce, která se hodnotí v průběhu zkoušky na konci semestru, při ukončení didaktického semináře.

## Třetí pilotáž

Catherine Taveau\*

### Představujeme třídu

Třída má 22 žáků ve věku 14 a 15 let. Z toho je 11 dívek a 11 chlapců. Jde o čtvrtý ročník nižšího stupně střední školy.

### Potřebné dovednosti a cíle

- Rozumně organizovat výpočty číselných veličin (přesné nebo přibližné výpočty). Používat správně kalkulačku, tabulkový kalkulátor (spreadsheet) a soubory grafů.
- V případech, kde by žáci mohli o modelu úměrnosti pochybovat, zařadit podrobnější výklad s využitím reálné situace.
- Prezentovat číselné údaje sloupcovým diagramem; v soustavě souřadnic: volba souřadnic, měřítek, jednotek a způsobů jak znázornit výše uvedené číselné údaje.
- Používat specifickou terminologii: úsečka, druhá souřadnice, koeficient úměrnosti, diagram ...
- Navodit situaci způsobem jak matematicky relevantním tak žákům dobře známým, aby bylo třeba užívat matematický jazyk i algebru, a to především lineární funkce, lineární rovnice a nerovnice.
- Seznámit žáky s lineárními funkcemi zadaných vzorcem a jejich přesný zápis: jde o postavení a funkci písmene, rovnítko a algebraického výrazu.
- Pracovat ve skupině: naslouchat / vyměňovat si / podílet se / tvořit.

### „Scénář“

5 telefonních smluv *za pevnou cenu*: 2 hodiny a SMS

Společnost č. 1: 36 €, 100 daných SMS a pak 0,07 €/SMS

Společnost č. 2: 29 €, pak 0,12 €/SMS

Společnost č. 3: 36,5 €, pak 0,10 €/SMS

Společnost č. 4: 21,85 €, pak 0,09 €/SMS

Společnost č. 5: 19,90 €, pak 0,09 €/SMS

3 uživatelé:

David: 1 hod. a 600 SMS

Marie: 2 hod. a 200 SMS

Simon: 1 hod. 30 min. a 60 SMS

\* Institut Universitaire de Formation des Maîtres – IUFM de Paris, Francie.

## 5 skupin:

Třída je rozdělena na pět skupin po čtyřech nebo pěti žácích, dívky i chlapci, lepší i horší žáci pohromadě. Skupiny představují pět telekomunikačních společností. Každá skupina dostane svázaný firemní spis s následujícími dokumenty:

- Krátký reklamní slogan s popisem smlouvy s pevnou cenou, kterou navrhla telekomunikační společnost.
- Příklady diagramů a grafů.
- Výpisy z individuálních rešerší, které žáci provedli před dvěma týdny.
- Listy milimetrového papíru.
- Listy průhledného milimetrového papíru.

## Průběh hodiny

Výuka se konala takto: v pátek 2 hodiny a v pondělí 1 hodinu. Učitel vytvořil pět skupin.

**V pátek:** Učitel představil téma a název práce „Studie smlouvy s pevnou cenou“.

Někteří žáci začali okamžitě navrhopvat jména telekomunikačních společností a jejich obvyklé ceny.

Učitel zadal ústní pokyny:

*Za první* má každá skupina porovnat telefonní účty tří uživatelů. Musí přitom vycházet z údajů té telekomunikační společnosti, kterou skupina zastupuje. Výsledek předloží spolu se sloupcovým diagramem na průhledném milimetrovém papíru.

Učitel pak napíše pokyny na tabuli.

První fáze trvá asi 35 minut. Nejdříve propukne debata o významu slovesa „srovnávat“, o používání milimetrového papíru, volbě veličin, jednotek a grafů. Všichni žáci jsou zvyklí běžně používat kalkulačku. Probere se i význam operací a výsledků, zejména použití přibližného výpočtu, a u některých skupin problém, zda pro výpočet ceny za používání telefonu pro Davida a Simona použít proporcionální postup nebo ne.

*Za druhé* dva žáci z každé skupiny na zpětném projektoru představí své ceny a své výsledky na průhledném milimetrovém papíru. Na konci každé prezentace je diskuse mezi skupinou a ostatními žáky ve třídě. Tato druhá fáze trvá 15 minut.

*Za třetí* každá skupina seřadí pro každého uživatele pět telekomunikačních společností od nejlevnější do nejdražší. Výsledky představí v soustavě souřadnic. Na ose X bude znázorněn počet odeslaných SMS a na ose Y množství telefonních účtů v €. Každé skupině se zadají čtyři vyhotovení soustavy souřadnic. Na konci aktivity se bude vyžadovat pouze jedno z těchto vyhotovení.

Učitel zasahuje jen tehdy, když chce, aby práce byla efektivnější anebo když je třeba provést výměnu. Aby každá skupina mohla splnit pokyny, musí si žáci vzájemně sdělovat výsledky. Tato fáze trvá 20 minut.



Žáci pracují ve skupinách

**V pondělí.** Během čtyřiceti minut řeší žáci v každé skupině řadu otázek. Některé vyvolávají rozpor, jiné souhlas.

- Jak mezi sebe co nejlépe rozdělit výpočet? Je možné zaokrouhlit výsledky? Co je třeba vzít v úvahu: používání telefonu pro volání nebo jen SMS?
- Který druh grafu použít? Kterým směrem má jít soustava souřadnic, kterou zadal učitel? Musí být body uvedené na milimetrovém papíru spojené nebo ne? Která jednotka má přijít na osu X a která na osu Y?
- Jak rozlišit ve stejné soustavě souřadnic telefonní společnosti od uživatelů? Mají se použít barvy, kódy, titulky anebo ne?

## Výsledky

*V každé skupině byla matematická práce organizována dvěma způsoby: patnáct výpočtů a grafická znázornění. Rozdělení úkolů a časové rozvržení bylo pro každou skupinu jiné.*

*Na závěr těchto dvou vyučovacích jednotek vyjádřilo mnoho žáků spokojenost. Práci hodnotili jako „nové a zajímavé téma, nejen o matematice, daleko od odmocnin“, „víc jsme si pomáhali“.*

*Různé grafy a práce, kterou skupiny odvedly, prokázaly značnou matematickou reflexi a dobré výsledky ...*

*Avšak myšlenkové postupy, které žáci při matematice využívali, jsou přirozeně spíše numerické než algebraické. Takže pro obeznámení s lineárními funkcemi je nutná další výuka. Bude zejména zapotřebí rozvinout na požadovanou úroveň algebraický jazyk, by se dalo účinným způsobem pracovat se vzorci. Takže další etapa vzdělávacího procesu musí žáky přivést k identifikaci dvou částí algebraického výrazu – „procedurální“ a „strukturální“.*

*Olivier Arrouch, třídní učitel.*

## Závěrečné shrnutí

Annette Jäpelt

Námět byl zvolen proto, že je významnou součástí každodenního života žáků. Žáci jsou proto lépe motivováni pro „řešení problému“ a k využití matematických dovedností v praxi, než když se učí matematice pouze z učebnic.

Porovnávání různých tarifních systémů, které se nabízejí pro volání mobilním telefonem, je přirozeným tématem hovoru i mezi žáky nižších středních škol. Při porovnávání žáky málokdy napadne, že se tu možná nabízí souvislost s grafickým znázorněním tarifních soustav, o kterých si povídají. Stěží chápou, že pro každé správné srovnání je zapotřebí několik matematických pojmů. Zatímco některé z nich už žáci znají, ostatní se musí teprve zavést.

Obecné schéma práce při prvních dvou experimentech popisuje úvod. Třetí experiment proběhl v Paříži, a to pouze jako aktivita na nižším stupni střední školy.

Konečné srovnání výsledků přeloženého návrhu bude pro první dva experimenty provedeno také na úrovni VŠ, pokud jde o třetí experiment v Paříži, může se zabývat jen žáky.

### Obecný rámec pro pilotáž:

#### *Didaktický seminář*

- Prezentace návrhu pro studenty učitelství
- Studenti učitelství dostanou nebo si sami vyhledají několik tarifních systémů
- Studenti učitelství jsou vyzváni, aby ve skupinách vytvořili přípravu na hodinu na nižším stupni střední školy
- Skupiny projednají nejlepší způsob, jak tuto přípravu realizovat se žáky
- Přípravy jsou předloženy k posouzení ostatním skupinám
- Určí se studenti, kteří přípravu odučí ve škole

#### *Hodina matematiky ve třídě*

- Úvod
- Každá skupina žáků dostane několik tarifních systémů pro volání mobilním telefonem
- Skupiny jsou vyzvány, aby různé systémy porovnaly
- Při tomto porovnání jsou žáci vyzváni, aby provedli výpočty a zobrazení pomocí sloupcového diagramu nebo grafu lineární funkce
- Prezentace před ostatními skupinami



## Rozdíly v experimentech

- Matematické pojmy: ve městě Skårup byl při řešení použit pojem proměnná a žáci kreslili sloupcový diagram od ruky.
- Ve zbývajících dvou experimentech bylo téma použito pro výklad nebo upevnění matematických pojmů, jako např. funkce, graf funkce, přímá úměrnost a lineární rovnice, a při řešení se využíval software na zpracování tabulek (spreadsheet).
- Použití softwaru na zpracování tabulek je velmi dobrý nápad, umožňuje měnit proměnné a rychle zjistit, co se stane, což je v tomto případě, s ohledem na velký počet proměnných, velmi výhodné.
- Při druhém experimentu byly zavedeny základní statistické pojmy.

## Závěrečné poznámky

Námět obsahuje mnoho variant jak při řešení problémů využít matematické dovednosti. Pomocí rozhodnutí, kolik proměnných se má zavést, je možno ovlivnit náročnost řešení.

Pokud jsou dovednosti zpracování a modelování problémů na vysoké úrovni, je důležité, aby učitel žáky nechal rozvíjet jejich vlastní strategie a nezasahoval víc, než je nezbytně nutné.