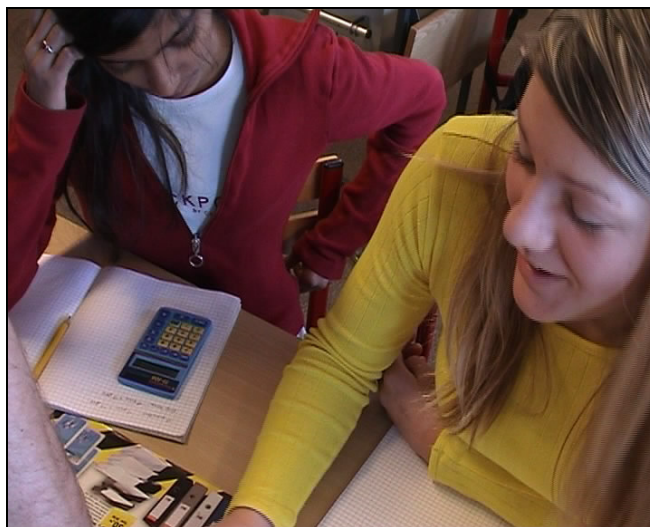


# MOBIL TELEFONER

af Annette Jäpelt\*

## INTRODUKTION

Dette didaktiske eksempel, Mobil telefoner, som præsenteres her, er et bidrag til LOSSTT-IN-MATH projektet. Det består af en sammenligning af forskellige afgifter for mobiltelefoner. Dette emne er valgt fordi det er en stor del af børns hverdagsliv, det er væsentligt for dem og det desuden er et område, der kan være kompliceret og rummer en behandling af mange variable. Ved at behandle dette emne kan problemløsningskompetencen og modelleringskompetencen blive udviklet. I det foreliggende vil prisen på en mobiltelefon undersøges ved at anvende matematik. Emnet var afprøvet af de følgende partnerere, Skårup Seminarium og University of Pisa, og af IUFM de Paris. For de første to partnere var det følgende skema anvendt: Introduktion for lærer suderende. Herefter diskuterer de lærerstuderende gruppevis hvordan man kan lave den bedste lektion for en skoleklasse En plan for en lektion forberedes efterfølgende. De lærerstuderende afprøver denne i en skoleklasse og tilsidst vil der være en evaluering.



---

\* Skårup Seminarium, Danmark

## Hovedafprøvning

af Annette Jäpelt

### PROBLEMLØSNING I FORBINDELSE MED BROCHURER ELLER REKLAMER

Det følgende er en del af LOSSTT-IN-MATH projektet, afprøvet på Skårup Seminarium i matematiktimerne på tredje år af læreruddannelsen.

Læreruddannelsen tager ialt fire år og herefter kan de uddannede lærere undervise på alle klassetrin i Folkeskolen.

Mathematikundervisningen foregår alle fire år, med det same hold og ofte med den samme lærer. I gennemsnit tilbydes der fem ugentlige lektioner.

### FORSLAG

Det er væsentligt at eleverne kan manøvrere i deres dagligdag. Der er mange emner, hvor matematik vil være det mest oplagte fag, der kan bidrage til at hjælpe eleverne med dette. Eleverne bliver bombarderet med reklamer om mobiltelefoner og de bruger ofte rigtig mange penge på deres mobiltelefoner. Dette emne er et af de områder, der virkelig berører elevernes dagligdag og some er væsentligt for dem. I denne aldersgruppe (13 – 14år) er det ofte dem selv, der administrerer indkøb og betaling. Et abonnement for mobiltelefoner indeholder en mængde variable, som gør det vanskeligt for mange mennesker at afgøre , hvad der bedst kan betale sig med deres forbrug. Dette er baggrunden for at “mobiltelefoner” blev valgt som tema for dette didaktiske projekt. De lærerstuderende bliver bedt om at forberede en lektionsplan om emnet, som skal gennemføres i en syvende klasse. Eleverne skal have nogle reklamer med de data, der normalt findes for mobiltelefoner.

At inddrage lineære funktioner ville nok være det mest nærliggende. Imidlertid har klassen ikke arbejdet med funktionsbegrebet og derfor tages fat på variabelbegrebet, da vi ikke har tid nok til at indføre eleverne i begrebet lineære funktioner.

Planen for gennemførelsen i Skårup er vist i det følgende skema:

Hovedperson	Kronologi	Beskrivelse
Seminarielærer		Via e-mail får de lærerstuderende tilsendt en introduktionskrivelse.
Lærerstuderende	1time	En lærerstuderende har forberedt en introduktion på baggrund af tal, der er fundet på Internettet. De andre lærerstuderende bliver informeret om priser på mobiltelefoner.
Lærerstuderende i grupper	1time Video-optaget	De lærerstuderende drøfter en lektionsplan for Skoleklassen.

Lærerstuderende	2timer	Hele holdet diskuterer lektionsplanen og betingelserne for gennemførelsen.
	Video-optaget	
Eleverne og fem lærerstuderende	1time	Lektionen i skolen.
	Video-optaget	
	1time	Evaluering.

## Generel information

*Antal af seminarielærere:* 1 (lærer på Skårup Seminarium)

*Antal lærerstuderende:* 25

*Antal involverede klasser:* 1 (syvende klasse)

*Antal og alder af eleverne :* 20 elever i alderen 13-14 år

*Antal voksne i klasseværelset i løbet af lektionen:* 5 lærerstuderende (tilstede for første gang i klassen) klasselæreren og seminarielæreren

## Mål

*For seminarielæreren:*

- Formidle information
- At hjælpe de lærerstudende fra teori til praksis
- Evaluering

*For lærerstuderende:*

- At behandle problemløsning som en del af matematik undervisningen, jævnfør at en del af undervisningen skal forankres i overskuelige forhold fra dagligdagen
- At forstå og anvende udtryk, hvori der indgår variable
- At diskutere og udvikle en undervisningsplan
- At gennemføre en undervisningsplan

*For elever:*

- At behandle problemløsning som en del af matematikundervisningen
- At håndtere dagligdagssituationer I matematikundervisningen
- At arbejde med variabelbegrebet
- At manøvrere i deres dagligdag
- At tage kritisk stillingtagen til information i reklamer

## Anvisning for lærerstuderende

Som en introduktion var følgende skrivelse sendt til de lærerstuderende med e-mail:

### **Problem løsning i forbindelse med brochurer og reklamer**

**Emne:** Mobiltelefoner

**Mål:** Som præsenteret ovenfor

**Beskrivelse:** Eleverne i en syvende klasse får stillet et problem, hvor de nødvendige data for løsningen af problemet er indeholdt i en reklame

**Anvisning for eleverne:** Eleverne får nogle reklamer og får stillet nogle spørgsmål vedrørende disse, hvor de skal anvende matematik ved besvarelsen. De bliver herefter spurgt om at lave deres egen, måske mere beskrivende reklame.

### **Beskrivelse for de lærerstuderende:**

- Hvordan kan du tilrettelægge lektionen for eleverne?
- Hvad skal der spørges om?
- Hvad præcist vil du have eleverne til at gøre?
- Hvor mange reklamer giver du børnene eller skal de eventuelt finde nogle selv?
- Kan eleverne bedre behandle virkelige problemer end rent faglige problemer?
- Hvilke vanskeligheder forventer du i forbindelse med lektionen?
- Hvilket udbytte forventer du at eleverne kan få af lektionen?
- Hvilken slags præstation kan evalueres og hvordan i dette forløb?
- Hvilke lignende problemer kan behandles på denne måde?
- Desuden: Du må meget gerne selv tage nogle reklamer med for mobiltelefoner.

## SELVE FORLØBET

### **Lektionerne med de lærerstuderende**

Der er 25 lærerstuderende i klasselokalet. De læser til lærere på tredje år ved Skårup Seminarium. En lærerstuderende har forberedt en introduction om mobiltelefoner og priser, om abonnementer, taletidspriser og priser på SMS'er. Denne introduction tager en time.

### **Forberedelse af lektionen [Denne del var videooptaget]**

De lærerstuderende arbejder i grupper for at forberede lektionen. Dette gruppearbejde tager også en lektion. Herefter er der en præsentation. Brudstykker fra denne præsentation af gruppearbejdet er vist nedenunder.

### Gruppe1

*Som et lån eller et køb. To forskellige abonnementer. Hvilken ville de vælge?*

### Gruppe2

*Forskellige reklamer og tre forskellige behov. Hver gruppe skal have en reklame og tre forskellige behov. Gruppen skal lave en algoritme for prisen og en graf. Efter dette skal grupperne sammenligne priserne. Formålet er at få teksten omformet til noget nyttigt.*

*Hvilken er bedst for dig?*

*Minder om storyline.*

*Hvis vi havde mere tid kunne vi gøre opgaven mere åben.*

### Gruppe3

*Eleverne bliver præsenteret for en masse reklamer.*

*Eleverne skal arbejde med deres eget behov og argumentere for deres valg af mobiltelefon*

*Eleverne bliver placeret i grupper, hvor de skal tegne grafer over prisen for deres mobiltelefonbehov afhængigt af hvilket telefonselskaberde vælger. Efter dette skal de lave deres egen reklame.*

*I Plenum: elevgrupperne skal argumentere for deres valg af telefon.*



De lærerstuderende præsenterer deres gruppearbejde

Til sidst diskuterer hele holdet, hvordan lektionen skal gennemføres, indbefattet hvordan betingelserne er:

- De lærerstuderende kender ikke eleverne.
- Der er kun en lektion til rådighed og ikke tid til eftertænksomhed.
- Eleverne har ikke lært om funktionsbegrebet.
- De lærerstuderende beslutter både at vælge abonnement og behov for eleverne på grund af den begrænsede tidsramme. De vælger også at styre lektionen ret stramt.



Brudstykker af plenardiskussionen:

- Alle ønsker at eleverne laver en graf
- Da alle ikke har en mobiltelefon, skal de arbejde med fiktive behov.
- Hvilke faktorer skulle være variable?
- Er den korte tid kritisk?
- Endelig udvælgelse.
- Dialog om priser generelt.
- 3 fiktive behov og en graf, der viser disse.
- Hvordan skal de tegne grafen?
- Hvor meget arbejde kan eleverne udføre på den tid?
- Hver gruppe får en reklame.

Introduktionen de lavede er vist nedenunder (de studerendes introduktion til eleverne).

Desuden skal hver elev lave et søjlediagram, der viser prisen for de tre forskellige behov med deres abonnement

Endelig vil de lærerstuderende bruge tid på en diskussion.

Der melder sig fem lærerstuderende til at undervise eleverne. En vil gerne lave oplægget og der er så en lærerstuderende til hver gruppe børn, idet de studerende planlægger at eleverne skal sidde i grupper på fire.

## **INSTRUKTIONEN MED ELEVERNE**

Da de lærerstuderende havde relativt kort tid med eleverne, valgte de at have en ret fast tilgang til lektionen. Eleverne får stadig vist nogle reklamer, men behøver ikke selv søge og udvælge deres informationer.

### **De lærerstuderendes introduktion til eleverne:**

#### *Mobil matematik i syvende klasse*

Først en fælles introduktion i klassen

Klassen deles i fem grupper:

- Gruppe 1: Selskab et
- Gruppe 2: Selskab to
- Gruppe 3: Selskab tre
- Gruppe 4: Selskab fire
- Gruppe 5: Selskab fem

Hver gruppe får 3 fiktive behov og et abonnement. Ud fra dette skal de se, hvilket behov der passer bedst til deres abonnement.

*Behov 1:* 10 minutter taletid og 600 SMSér. (Blå)

*Behov 2:* 1 times taletid og 200 SMSér. (Rød)

*Behov 3:* 3 timers taletid og 60 SMSér. (Grøn)

Hver gruppe laver et søjlediagram, som viser de 3 forskellige behov i relation til deres abonnement.

Til sidst vil vi fælles diskutere prisforskellene i klassen.

### Eksempel på hvad der kan tænkes som et udbytte

Til at hjælpe på forståelsen er indskudt følgende eksempel på udregninger og på hvordan et søjlediagram kunne se ud.

Prisen I selskab to er:

- 0,75 DKR./min taletid
- 0,20 DKR/tekst(SMS)

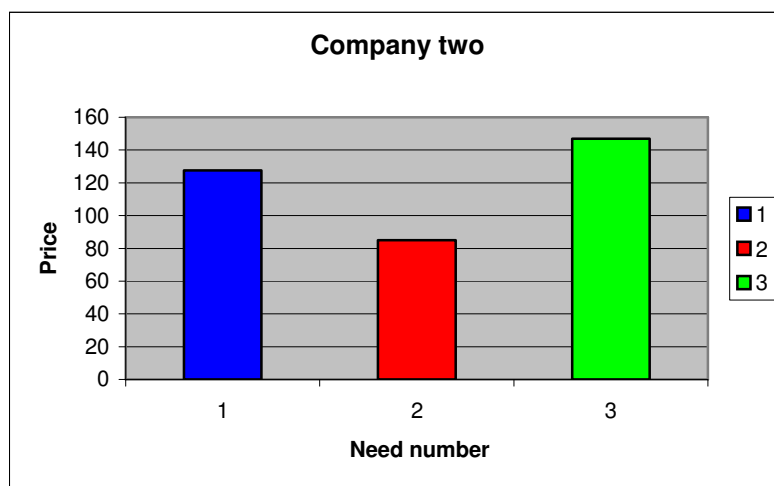
Fra disse data skulle eleverne så beregne, hvilket abonnement, der stemmer bedst overens med deres behov

Priserne for selskab to ville så være:

*Behov 1:* 10 minutter \* 0,75DKR / minut + 600 SMS \* 0,20DKR/ SMS = 127,50DKR

*Behov 2:* 60 minutter \* 0,75DKR / minut + 200 SMS \* 0,20DKR/ SMS = 85,00DKR

*Behov 3:* 180 minutter \* 0,75DKR / minut + 60 SMS \* 0,20DKR/ SMS = 147,00DKR



Søjlediagram, der viser prisen for de tre behov

### Forløb af elevernes lektion

Der er tyve elever. Deres alder er omkring 14 år. Skolen er Øster Åby Friskole beliggende lidt nord for Svendborg. Klassens matematiklærer var til stede, men observerede kun. Til stede var der fem lærerstuderende. Der var en der introducerede og en lærestuderende til at hjælpe hver af de fem grupper.

Eleverne var koncentrerede om deres arbejde. Samarbejdet mellem eleverne og de lærerstuderende var godt og de lærerstuderende overtog ikke initiativet, men stillede hjælpende spørgsmål, så eleverne var aktive og kom et skridt videre, hvis de

stoppede. Eleverne regnede på hvor meget deres tildelte abonnement ville koste med de tre behov, der på forhånd var givet. Desuden tegenede eleverne meget hurtigt de diagrammer, der var planlagt. Således fik de tid til at se på et af de andre abonnementer, så de havde et godt grundlag for den efterfølgende diskussion i plenum.

Til slut talte eleverne i fællesskab med de lærerstuderende om hvilket abonnement ud af de fem de ville vælge og desuden om, hvilket de selv aktuelt havde valgt og begrundelsen for dette.



Eleverne arbejder i klasserummet

### Feedback til de lærerstuderende

I slutningen af lektionen blev eleverne spurgt om deres mening om lektionen og de svarede at den havde været god.

Klassens matematiklærer sagde efterfølgende at eleverne havde talt positivt om lektionen.

Som udgangspunkt for en dialog gav jeg de lærerstuderende et evalueringskema, som her ses med nogle af de bemærkninger, som de lærerstuderende gav.

### Evaluering af forløbet om mobiltelefoner

Alle studerende blev bedt om at udfylde alle punkterne, der handlede om de lektioner, de havde deltaget i:

	Hvad fungerede godt?	Hvad fungerede dårligt?	Eventuelle ændringer
Forberedelesen til eleverne	<i>At forberede os i små grupperførst, så der kom flere inputs at gøre godt med i "storgruppen". Godt at have nogle at diskutere med.</i>	<i>Måske var der nogle, der ikke fik sagt deres ideer og sprang med på andres?</i>	<i>Lav eventuelt en aftale på forhånd om hvordan den endelige udvælgelse skal ske. Lad hver "smågruppe"</i>



	<i>Godt gruppearbejde, hvor der kom masser af gode ideer.</i> <i>Fint forløb, hvor alle kunne komme med deres ideer</i>		<i>aflevere en side på skrift.</i>
Elevernes indlæring	<i>Godt at arbejde i grupper, men der er altid nogle, der "følger med/hænger på".</i>	<i>Vi skulle have lavet en fælles aftale om, hvad der skulle laves, når de hurtige var færdige.</i>	<i>Nogle var vældigt hurtigt færdige andre ikke.</i> <i>Svært at differentiere og sikre sig at alle havde forstået det.</i>
Hvad har du selv fået ud af forløbet?	<i>Erfaring med planlægning og gennemførelse.</i>		

Desuden blev de lærerstuderende spurgt om hvordan en evaluering til eleverne kunne se ud. En af disse besvarelser ser ud om følgende:

*Jeg mener kun eleverne skal evaluere på undervisningens udformning, ikke på om de har fået fagligt udbytte, det mener jeg de skal måles på igennem lignende opgaver.*

Evalueringen kunne gå på:

*Hvordan er det at arbejde i gruppe om matematik?- hvorfor?*

*Hvordan kan du bedst lide at arbejde?- hvorfor?*

*Hvordan er det at have så mange lærere omkring sig- hvorfor?*

*Evalueringsdiskussionen foregår i klassen i 10-15 min. i de samme grupper, som eleverne har arbejdet i.*

### **Beskrivelse af en anden praksissituation**

I starten af studieåret 2004 arbejdede vi med lineære funktioner på Seminariet. Som et af de mange konkrete eksempler valgte vi at arbejde med betaling i forbindelse med mobiltelefoner.

Efterfølgende anvendte en af de lærerstuderende dette eksempel i hendes tredje års praktik. Jeg besøgte hendes klasse, da de behandlede dette emne og optog lektionen på video. Lektionen fandt sted i en sjette klasse i en af Svendborgs folkeskoler.

Alle eleverne lærte noget i løbet af de to lektioner, men spredningen var meget stor. Nogle elever kunne, med hjælp, tegne graferne for to forskellige abonnementer, andre kunne ikke tegne en graf for selv den simpleste lineære funktion, men kunne så tage de første spæde skridt med hensyn til variabelbegrebet. De fleste lå i mellemgruppen



af disse yderpunkter. Hvis eleverne skal arbejde med dette emne ved starten af behandlingen af lineære funktioner skal situationen simplificeres betydeligt:

Der skal kun være tale om hele tal og kun en variabel

Dette emne skulle nok tages op senere og kan bidrage til en stor grad af undervisningsdifferentiering, idet der er et væld af muligheder for hvad man kan medtage i beregningerne

## KOMMENTARER

De lærerstuderende bestemte sig for at styre lektionen ret stramt, på grund af den gerænsede tid, der var til rådighed.

Eleverne var gode til at udføre de operationer, som de blev bedt om og var også i stand til at overføre resultaterne til anvendelse i virkeligheden.

En af de faktorer, som jeg ville styrke, nemlig at udvikle elevernes evne til at læse en tekst og lave en matematisk model ud fra denne tekst, nåede vi desværre ikke at gennemføre. Dette ville være første skridt i en anvendelse af matematik i sin dagligdag.

Et generelt spørgsmål er i denne forbindelse om elever er i stand til at overføre emner, som er lært i skolematematikken til hverdagslivet. Jeg oplever meget ofte at de lærerstuderende skiller viden lært i et fag eller endda under et andet emne helt fra, hvad de lærer andre steder og overførselsværdien til en anden del af deres liv er enddog meget lille.

Hvis eleverne ofte kunne anvende matematik på problemer, der var meget relevante for dem, ville engagementet og dermed evnen til at huske og anvende matematik måske blive større. Der ville så være en mulighed for at eleverne efter de er færdige med skolen kan anvende matematik i deres dagligdag.

Selv inden for skolesystemet har jeg mange gange oplevet at næsten al viden ser ud som tabt ved en overgang fra et sted til et andet, Jeg har set gymnasieelever sjældent har kunnet anvende deres skolematematik og efterfølgende har jeg oplevet at vore studerende på lærerseminarierne ikke kan anvende matematik fra ungdomsuddannelserne. Måske havde de husket det, hvis der havde været store engagement og mindre rutinepræget undervisning. Rutinen skal der også være plads til, men den behøver ikke være eneherkende.

### En kommentar til emnet

På grund af den store mængde af variable, der kan inddrages, ville det være godt også at inddrage regneark.

I Danmark opereres der med mange variable, eksempelvis:

*Købspris- Abonnement- Taletid- Opkaldsafgift- MMS- SMS-pris- Et antal "gratis ydelser"*

Prisen er virkelig afhængigt af mange faktorer, hvilket gør det vanskeligt at afgøre, hvad der er bedst for den enkelte.

Med et regneark kan man meget hurtigt se, hvad der sker når man ændrer en variabel og få et visuelt billede uden at drukne i noget, der for børn ville være meget store udregninger.

### En general kommentar

For både mig som lærer på et seminarium og for de studerende har det været meget frugtbart at være så direkte involveret i forberedelsen af undervisningen i en skoleklasse. Normalt fungerer vi lærere mere som vejledere end som direkte part i praktikken. Den erfaring jeg har gjort med dette projekt vil bevirke, at jeg vil søge at ændre dette. Vores undervisning vil altid indebære en prioritering af hvad vi skal lægge vægt på, men det har været meget relevant at følge processen fra de studerendes indlæring over forberedelsen til gennemførelsen af undervisningen i skolen. De studerendes engagement og refleksion har været stor. Flere studerende er aktive end normalt, når de kan se den direkte relevans.

Jeg ville ønske at læreruddannelsen i højere grad var baseret på regulær vekselvirkning mellem teori og praksis.

### TAK TIL:

Øster Åby friskole, syvende klasse og deres matematiklærer, Brian M. Østergård.

Mit matematikhold, 22.4, på Skårup Seminarium

## Anden afprøvning

af Franco Favilli\* og Carlo Romanelli\*\*

Inden for rammen af LOSSTT-IN-MATH projektet er dette didaktiske eksempel, Mobiltelefoner, udført og præsenteret til diskussion imellem lærerstuderende. Forslaget var senere afprøvet af to lærerstuderende i to klasser.

Blandt de matematiske begreber, der er nødvendige for sammenligningen sås specielt på proportionalitet, aritmetiske rækker, funktioner, graf, approksimationer og elementær statistik. I klassen arbejdede eleverne med Excel software.

### Forslag

Mobiltelefoner ser ud til at være et godt redskab til at beskæftige sig med matematiske begreber, man introducerer dem gennem en god blanding af teori og

\* Centro di Ateneo di Formazione e Ricerca Educativa – CAFRE, Università di Pisa, Italien.

\*\* Istituto Comprensivo “E. Pea”, Seravezza, (LU), Italien.

praktiske aktiviteter. Ved at udvide og uddybe begreberne kan man sagtens komme mange skridt videre i forhold til hvad der kan laves på slutningen af mellemtrinnet

Afprøvelsen kræver derfor først og fremmest en definition af de didaktiske mål og en udvælgelse af kun få af de mange muligheder, der senere kan introduceres.

De lærerstuderende arbejder i grupper på to eller tre.

Læreren giver hver gruppe adskillige prislistes for mobiltelefoner og beder dem sammenligne dem. Hver gruppe bliver så bedt om at finde det bedste tilbud for et gennemsnitsforbrug. Alle de forskellige valg bliver så præsenteret og begrundet foran de andre grupper.

Det samme skema skal bruges både med læreren og de studerende og med de lærerstuderende og eleverne i skolen.

Planen for gennemførelsen er vist i det følgende skema:

T r i n								
Lærere (10t)	Lærere og lærerstuderende (4t)	Lærerstuderende (2t)	Lærerstuderende (2t)	Lærerstuderende (2t)	Lærere og lærerstuderende (4t)	Lærerstuderende (4t)	Lærere (5h) endelig rapportering	
Forberedelse af forslaget	Introduktion, gruppearbejde og diskussion		Introduktion, gruppearbejde og diskussion		Rapportering Diskussion			
<b>Mål</b>	<b>In - context metodologi</b>							
<i>På kort sigt</i>	Kundskabs Kompetencer	Overvejning-planlægning af en lektion	Lærerstuderende Kundskab	Elever Kundskabs Kompetencer	Refleksion over lektionen - afrapportering	Lærere Socialisation	Lærerstuderende Metodologi	Refleksion - Bemærkningers Afslutning af Lektionsplanen - Rapportering til læreren
<i>På lang sigt</i>	Socialisations Metodologi		Metodologi	Socialisation		Metodologi		

## Generel information

*Antal lærere:* 2 (en universitetslærer og en skolelærer)

*Antal lærerstuderende:* 42

*Antal klasser involveret i forløbet:* 2 (afsluttende mellemtrin)

*Antal og alder af eleverne:* 40 elever på 13år

*Antal voksne i klasselokalet:* 2 lærerstuderende (som er tilstede i dette klasseværelse for første gang) og klasselæreren

## Mål

De uddannelsesmæssige mål kan deles i to, de generelle og de faglige.

Blandt de *generelle mål* kan vi betragte:



- At gøre eleverne mere bevidste om brugen af mobiltelefoner og kritisk stillingtagen
- Opstille et spørgeskema.
- At fremme samarbejde i problemløsningsopgaver.
- Forøge kendskabet til udtryk fra økonomi, finansverdenen og handel.
- At inddrage elevernes familie i uddannelsesmæssige aktiviteter.

Blandt de *matematiske mål* vil vi betragte:

- At gøre matematikundervisningen og indlæringen i matematik mere attraktiv og effektiv gennem undersøgelser og evaluering af dagligdagsforhold
- Statistisk vurdering
- At introducere eller konsolidere elementære statistiske begreber med udgangspunkt i et hverdagsproblem. Dette kunne være begreber som folketal, data opsamling, statistiske enheder, data organisering, representative og ikke-representative datasamlinger, frekvens og procent, statistisk indeks, deres representation ved eller tolkning af gennem grafer.
- Ud fra et virkeligt problem introduceres elementære matematiske begreber, som funktion, graf for en funktion, stykketvis lineære funktioner aritmetiske rækker, direkte proportionalitet, approximationer, den rette linjes ligning.
- Opbygge basal teknologisk uddannelse af klassen, specielt for de dårligere stillede elever.

## Anvisninger

### *For lærerstuderende*

Når der skal planlægges et forløb kræves det af læreren at lave metodiske overvejelser og didaktiske valg. Med hensyn til *Mobiltelefon* forløbet, dets forberedelse af læreren, dets gennemførelse med de lærerstuderende først og dernæst med eleverne, diskussionerne i løbet af de studerendes lektioner, gjorde det både lærere og lærerstuderende klar over relevansen af selve gennemførelsen og af de forskellige svar på spørgsmåle:

- Hvad betaler du for, når du betaler til din mobiltelefon
- Har du overvejet at tage dit abonnement op til revision?
- Har du prøvet at udregne din gennemsnitlige pris for at tale et minut?
- Hvad betyder gennemsnitsopkald for dig? Sammenlign din opfattelse med de andre elever i din gruppe
- Er du vidende om størrelsen af det antal variable, der gør en sådanne beregning mulig?
- Tror du det er nemt at beregne en sådan udgift?
- Hvilken viden skal du have for at beregne denne udgift?
- Lav en liste over matematiske begreber, som efter din mening er nødvendige.



- Hvilke af disse kan behandles på slutningen af mellemtrinnet?
- Prøv at finde mindst to abonnemeter, som tillader 13-årige at beregne en gennemsnitspris fra en prislister.
- Lav en sammenligning mellem graferne for to abonnemeter ( $x = \text{min}$ ,  $y = \text{kr.}$ )
- Måske skal du lægge nogle variable fast.
- Prøv at lave en lektionsplan for klassen.
- Hvad med at uddele et spørgeskema til eleverne ved introduktionen til emnet og dermed gøre dem klar over emnets kompleksitet? Du ville have en bedre fornemmelse for klassen.
- Måske kunne du starte med at modificere en prislister og derved opnå noget enklere.
- Vil du bruge et regneark til at udregne og tegne grafer?
- Hvilke slags approksimationer vil du gøre brug af?
- Hvilken sammenhæng kan du se med andre skolefag?
- Hvordan kan du se dette emne viderført på overbygningstrinnet?

#### *For eleverne*

- Hvor meget bruger du på din mobiltelefon om måneden? Lav en sammenligning med dine klassekammerater.
- Ved du hvilket abonnement du har? Hvis ikke så prøv at ringe til dit telefonselskab.
- Lad os sammenligne den information du har opnået med denne.(se Figur 1 nedenunder).
- Hvilken er bedst for dit gennemsnitsforbrug af mobiltelefon?
- Hvor lang tid skulle en gennemsnitssamtale være for at din skulle være mest fordelagtig?
- Har du nogensinde prøvet at lave lignede sammenligninger?
- Kan du forestille det var mere præcist at lave denne sammenligning ved hjælp af matematik?
- Vil du se på forskellige takstplaner?
- Prøv at finde en takstplan der kunne være bedst for din gruppe.
- Lav en takstplan, der kunne være bedst (og realistisk) for din gruppe.
- Er du tilfreds med resultatet? Hvorfor?
- Hvorfor tror du læreren lavede denne aktivitet med dig?
- Lav en rapport over aktiviteten.

#### **De lærerstuderendes lektion**

De lærerstuderende var delt i parvise grupper. Læreren gav dem til sammenligning adskillige prislister, (som var hentet på Internettet) for mobiltelefonsamtaler. De

lærerstuderende blev bedt om at finde det der var billigst for deres gennemsnitsforbrug af mobiltelefoner.



De studerende startede med at identificere de variable, der var nødvendige for at lave en matematisk model af problemet, der blev lavet en liste på tavlen. Meget hurtigt så man kompleksiteten af problemet. Efter at man var blevet enige om det antal variable man ville inddrage lavede man en delvis modificering af virkeligheden. Sammenligningen blev skitseret på tavlen ved hjælp af en Cartesisk graf.

Under hensyn til de studerendes universitetskarriere (ikke-matematiske), var man nødsaget til at give dem større viden specielt i forhold til matematiske og statistiske begreber. Derfor måtte læreren på stedet give dem nødvendig information, så de kunne udføre deres hverv.

De lærerstuderende blev sat til at gennemtænke en mulig struktur for en lektionsplan i dette emne på. Efter en lang og grundig debat, først i grupper og dernæst i hele klassen, meldte to par studerende sig til at forberede og gennemføre lektionerne og tilbagemelde om deres oplevelser.

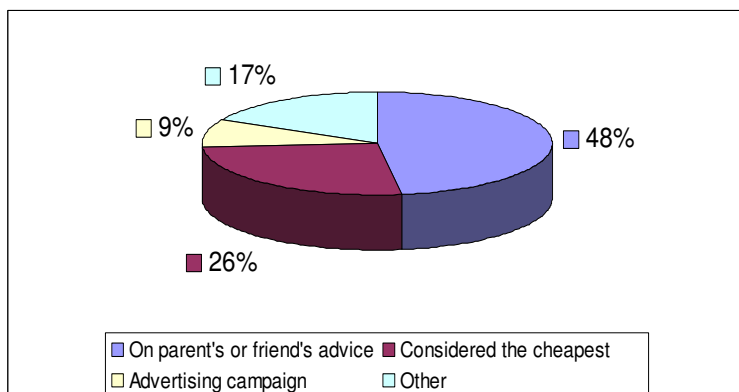
I slutningen af timen gav læreren de studerende yderligere prislister og eksempler på matematiske spørgsmål, der kunne opstå ved anvendelsen.

### **Forløbet i klasseværelset**

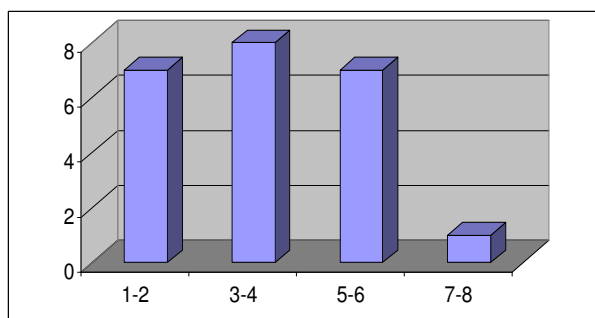
Før afprøvelsen af forslaget i klasseværelset mødtes de to par af studerende, tænkte over aktiviteterne og blev enige om at introducere problemet på en bedre og mere motiverende måde - ved at stille eleverne i de to klasser et spørgeskema, omhandlende deres brug af mobiltelefoner. Eleverne blev også spurgt om deres forældres rolle når der skulle vælges mobiltelefon. Analysen af svarene fra klassen viste hvor ringe elevernes viden om de reelle omkostninger af deres opkald var og hvor uvidende de var om de forskellige variable, der influerede på prisen. Desuden viste analysen også at deres ønske om at skifte til noget billigere var meget lille. Spørgeskemaundersøgelsen var understøttet af regneark.

Senere fik eleverne de prislister, som de lærerstuderende havde tilpasset for denne specielle undervisningsituation, så de var nemmere at arbejde med og blive brugt i denne aktivitet med problemløsning. Eleverne arbejdede parvis.

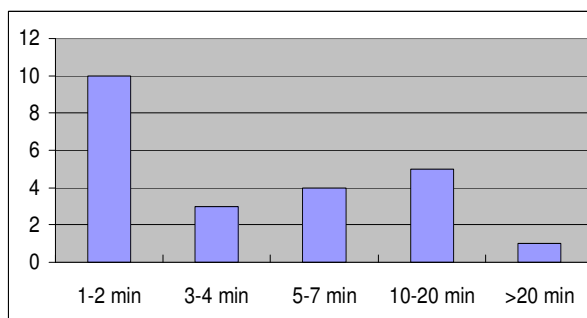
Matematiske og statistiske betegnelser var anvendt (se *mål*) hovedsagligt ved konstruktionen af grafer og ved analysen af forskellige behov og vaner, som der var i elevernes besvarelser. Forskellige typer af grafer er anvendt i den statistiske analyse, som vist nedenunder.



**Motivering for valg af abonnementsform**



**Antal gennemsnitlige opkald pr dag/pr elev**



**Gennemsnitlig længde**

Rollen og betydningen af numeriske approksimationer og de forskellige trin, hvor de bliver introduceret, sås tydeligt da man beregnede de nødvendige omkostninger. Som berettet af de studerende havde nogle elever approksimeret i slutningen af beregningerne. Mens andre havde approksimeret i starten. Det sås tydeligt at der var stor forskel i det endelige resultat når man sammenlignede de to fremgangsmåder.



Forløbet viste også at det er muligt at introducere begrebet aritmetisk række selv på dette trin (se tabel og graf i Figur 1).



Minutes	Toll at the answer $y = 0,15 + 0,002 \cdot x$	No toll at the answer $y = 0,004 \cdot x$
0	0,150	0,000
1	0,152	0,004
2	0,154	0,008
3	0,156	0,012
4	0,158	0,016
5	0,160	0,020
6	0,162	0,024
7	0,164	0,028
8	0,166	0,032
9	0,168	0,036
10	0,170	0,040
11	0,172	0,044
12	0,174	0,048
13	0,176	0,052
14	0,178	0,056

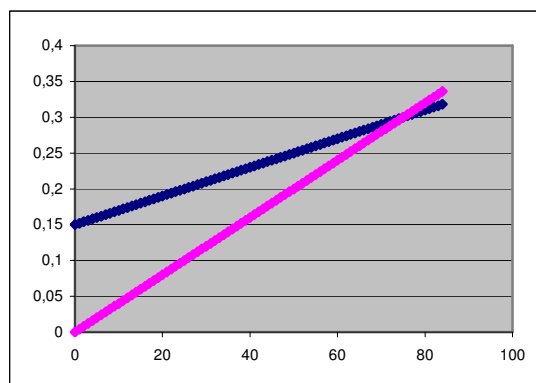


Figure 1

Begrebet lineære funktioner og stykkesvis lineære funktioner var illustreret gennem deres grafiske representationer (se graf i Figur 2), hvilket gør det muligt for den enkelte elev bedre at afgøre individuelt, hvad der er mest fordelagtigt at vælge, i relation til det individuelle gennemsnitsforbrug, fordelen af at vælge et abonnement baseret på foreksempel proportionaliteten mellem omkostninger og taletid, istedet for et, der er baseret på tidsmåling eller omvendt.

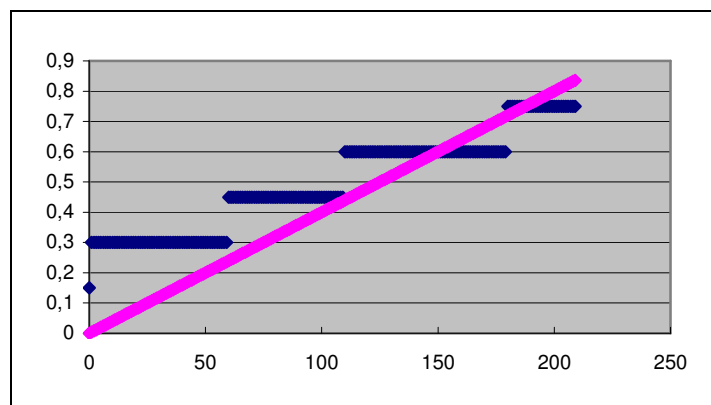


Figure 2

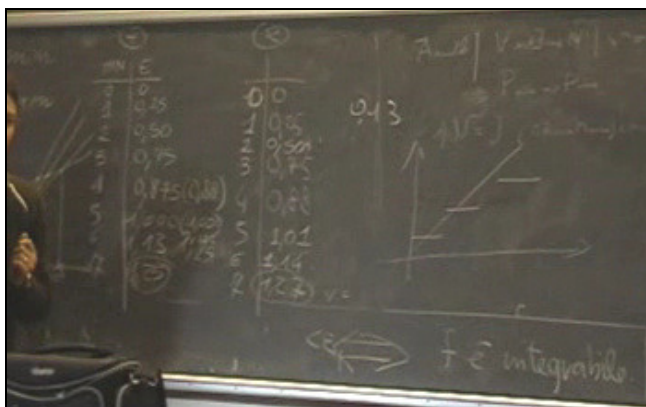
Det er vigtigt at påpege at nogle elever havde meget svært ved at anvende Cartesiske koordinater med forskellige mål på x- og y- variable.

### Feedback for de lærerstuderende

Efter forløbet i skoleklasserne mødtes de fire lærerstuderende igen for at reflektere over deres oplevelser og forberede en tilbagerapportering til de andre lærerstuderende. I denne anledning så de også videooptagelserne fra klasselokalerne. For at forhindre at børnene blev generte blev optagelserne foretaget af en anden elev.

Det blev vedtaget, at der foruden de lærerstuderende, skulle deltage to elever ved feedback.

De fire lærerstuderende præsenterede lektionerne fra klassen kommenterede dem og viste de vigtigste videooptagelser. Det meste af det, der er beskrevet ovenover blev introduceret til diskussion.



Desværre og ikke overraskende, mens de to elever var aktive i diskussionen var de lærerstuderende, der ikke havde deltaget i lektionen, ret passive.

Faktisk var de to elever, på trods af at de befandt sig i en uvant situation, meget hurtigt trygge. Foruden nogle interessante kommentarer og generelle påskønnelser af projektet, fortalte eleverne at de alle havde været meget overraskede over den store mængde matematik og den grad af kompleksivitet der var i dette emne, som de troede ville være rigtigt nemt.

Som forventet mente de lærerstudernde at dette var et godt emne på dette trin i skolen. Dette ville gøre det muligt at introducere yderligere matematiske begreber og anvendelser af matematik og se på lineær programmering og optimering.

Efter feedback, mødtes de fire lærerstuderende igen og udviklede videre på den samlede rapport til deres klasse, strukturerede den individuelt og med yderligere personlige kommentarer i formen *Unità di Apprendimento* (læringsenhed). Dette er en læringsmetodologi, der for nyligt er introduceret ved den Italienske skolereform.. Læringsenheden var anvendt af de fire lærerstuderende som et del af deres eksamen og blev her bedømt.

## Det tredje forløb

af Catherine Taveau \*

### Præsentation af klassen

Klakken omfatter 22 elever, 14 og 15 år gamle. Den er sammensat af 11 piger og 11 drenge Det er fjerde år af secondary school i Frankrig.

### Anvendte færdigheder og mål

- At organisere intelligente beregninger om numeriske størrelser(eksakte eller approksimerede beregninger). At gøre godt brug af en lommeregner, et regneark og grafer.
- At give færdigheder om proportionalitet i forbindelse med et hverdags eksemp, hvor en proportionalitetsmodel kan komme på tale.

\* Institut Universitaire de Formation des Maîtres – IUFM de Paris, Frankrig.



- At præsentere numeriske data ved et søjlediagram, i et koordinatsystem herunder valg af koordinater, af skala, af enheder
- At anvende en speciel ordliste: abscisse, ordinat, proportionalitet ...
- At forslå en situation, der både er matematisk relevant og kendt af elever, at motivere anvendelsen af sproget og algebraen, specielt lineære funktioner, lineære ligninger og uligheder.
- At introducere elever til lineære funktioner gennem studiet af og skrivning af formler: status og rolle af the bogstaver, af lighedstegn, af et skrevet udtryk
- At arbejde i en gruppe: at høre / at udveksle / at dele / at producere

### Scenario:

5 telefoner *FASTE PRISER* kontrakt : 2 timer og sms

Selskab 1: 36 €, 100 sms givet og så 0,07 € pr sms

Selskab 2: 29 €, og så 0,12 € per sms

Selskab 3: 36,5 €, og så 0,10 € per sms

Selskab 4: 21,85 €, og så 0,09 € per sms

Selskab 5: 19,90 €, og så 0,09 € per sms

3 brugere:

David: 1 time og 600 sms

Marie: 2 timer og 200 sms

Simon: 1 time 30 min og 60 sms

5 grupper

Klassen er delt i fem grupper af fem eller fire elever, der er blandet både med hensyn til køn og evne de fem selskaber bliver fordelt imellem grupperne. Hver gruppe får et dokument med informationer om selskaberne:

- Et lille reklameslogan, der beskriver den faste- pris kontrakt foreslået af telefonselskaberne.
- Eksempler på kurver og grafer.
- Sammendrag af individuelle søgninger, der var foretaget af eleverne for to uger siden.
- Graf-papir.
- Et transparent graf- papir ark.

### Forløbet i klassen

Sekvensen foregik 2 timer fredag og 1 time mandag:

Fem grupper er dannet af læreren.

**Om Fredagenen:** Læreren præsenterer emnet og titlen på arbejdet «Undersøgelsen af kontrakter om faste telefonpriser ».

Med det samme foreslog nogle elever nogle telefonselskaber og nævnte deres priser.

Læreren giver instruktionerne mundtligt:

*Først skal* hver gruppe sammenligne de tre regninger hos det selskab de har fået opgivet. Resultatet vil blive illustreret med et søjlediagram.

Så skriver læreren instruktionerne på tavlen.

Den første fase varer 35 minutter. Den første diskussion er om betydningen af ordet «at sammenligne », anvendelsen af grafer, valget af enheder.

Helt systematisk anvender alle eleverne deres lommeregner. Betydningen af operationer og resultater er diskuteret, specielt anvendelsen af approksimerende beregninger, og for nogle grupper diskuteres om man skal anvende et proportionalt forløb eller ikke, når man skal bestemme prisen på David's og Simon's telefon brug.

*Anden fase:* to elever fra hver gruppe præsenterer deres priser, udbytte og grafer på en på en overhead projector. I slutningen af hver rapportering er der en diskussion mellem klassen og gruppen.

*Tredje fase* hvor hver gruppe rangerer selskaberne efter hvor billige de er. Resultatet vil blive præsenteret i et koordinatsystem. X-aksen vil vise antallet af SMS's der er sendt og Y-aksen størrelsen af telefonregningen i €. Fire kopier af dette koordinatsystem gives til hver gruppe. Kun en af disse fire er nødvendig I slutningen af aktiviteten

Udvekslinger og arbejdet er organiseret mere effektivt. At dele resultaterne i hver gruppe er nødvendige for at udføre instruktionerne. Denne aktivitet varer i 20 minutter.



**Om Mandagen.** I løbet af fyrre minutter, takler eleverne inden for hver gruppe mange spørgsmål som vakte enighed eller uenighed.

- Hvordan kunne man fordele udregningerne imellem dem? Er det muligt at afrunde? Er det muligt at medtage telefonforbruget eller kun SMS'erne?



- Hvilken type graf kan bruges? Hvordan skal koordinatsystemet anvendes? Skal punkter på grafen være sammenhængende eller ikke? Hvilken enhed skal man have på X-aksen? På Y-aksen?
- Hvordan kan man i samme koordinat-system skelne imellem telefonselskaber og brugere? Skal man bruge farver, koder, skrift eller ikke?

## Resultat

*Det matematiske arbejde var organiseret på to måder: de femten beregninger og den grafiske repræsentation. Fordelingen af opgaver og styringen af tiden var speciel for hver gruppe.*

*I slutningen udtrykte mange elever deres tilfredshed med arbejdet idet de sagde at det var "et nyt og spændende emne, ikke kun matematik, langt fra" og der var "mere hjælp imellem dem".*

*De forskellige grafer og arbejdet produceret i de fem grupper viste en vigtig matematisk refleksion og et godt udbytte.*

*Men elevernes matematiske tankegang er mere numerisk end algebraisk. Så for at blive familiær med lineære funktioner er endnu et forløb nødvendigt. Det næste skridt i denne række skal få eleverne til at identificere leddene i et algebraisk udtryk.*

*Olivier Arrouch*

## Konklusion

af Annette Jäpelt

Dette emne er valgt fordi det udgør en stor del af børns hverdag.. Eleverne er derfor motiverede for "problem.løsning" og kan derfor være istand til nemmere at tilegne sig matematiske begreber end i de tilfælde, hvor de udelukkende lærer matematik gennem matematikbøger.

Sammenligningen af forskellige abonnementer for mobiltelefoner er et naturligt diskussionsemne for børn i en sjette til syvende klasse. Når de sammenligner priser vil de meget sjældent understøtte deres argumenter med grafer. De er ikke vidende om, at for at opå en korrekt sammenligning, skal mange matematiske begreber tages i anvendelse. Nogle af disse er eleverne allerede vidende om, andre venter på en introduktion.

Det generelle skema for de to første institutioner, der har afprøvet forløbet er beskrevet i introduktionen. I Paris blev forløbet udelukkende afprøvet i en skoleklasse.

Sammenligningen vil være imellem de to første forløb, når det kun er læreren og de lærerstuderende der er involverede og inkluderer også Paris, når eleverne er inddraget.



## Den fælles ramme:

### *Lektionerne for de lærerstuderende*

- Præsentation for de lærerstuderende
- De lærerstuderende finder selv eller bliver orienterede om priser på mobiltelefoner og deres brug.
- De bliver bedt om gruppevis, at lave en lektionsplan om emnet for en skoleklasse
- I disse grupper diskuteres der om hvordan man laver den bedste lektionsplan for elever.
- Disse planer bliver præsenteret for hele holdet af de lærerstuderende.
- Nogle lærerstuderende udvælges til at undervise i skoleklasserne.

### *Lektionerne i klasseværelst*

- Introduktion
- Inddeling i grupper
- Hver gruppe får et eller flere abonnementstilbud for mobiltelefoner
- Grupperne bliver bedt om at undersøge priserne for forskellige brug af mobiltelefoner
- Til denne sammenligning bliver der bedt om udregninger og visualisering i form af et søjlediagram eller graf for en lineær funktion
- Præsentation foran de andre grupper

## Forskelle I forløbene

- De matematiske begreber, som er involverede: I Skårup blev begrebet variable anvendt i behandlingen af emnet og eleverne tegnede et søjlediagram i hånden.
- I de to andre institutioner tjente emnet som en introduktion eller konsolidering af matematiske begreber som funktion, graf for en funktion, direkte proportionalitet, den rette linjes ligning og anvendelse af regneark.
- Anvendelsen af regneark er en vældig god idé. Man kan hurtigt ændre de variable og se, hvad der sker ved dette. Dette er nyttigt her, hvor mange variable kan inddrages.
- I Pisa blev elementære statistiske begreber også introduceret.

## Afsluttende bemærkninger

Dette emne rummer en masse muligheder for at introducere matematiske begreber i problem-løsning. Det er muligt at vælge, hvor kompliceret problem-løsningen skal være ved at vælge, hvor mange variable, der skal inddrages.



Hvis problemløsningskompetencen og modelleringskompetencen virkelig skal videreudvikles er det vigtigt at eleverne selv skal udvikle deres egne strategier uden at læreren blander sig alt for meget.