LES PUZZLES GEOMETRIQUES

par Franco Favilli[*] et Carlo Romanelli[**]

PRESENTATION

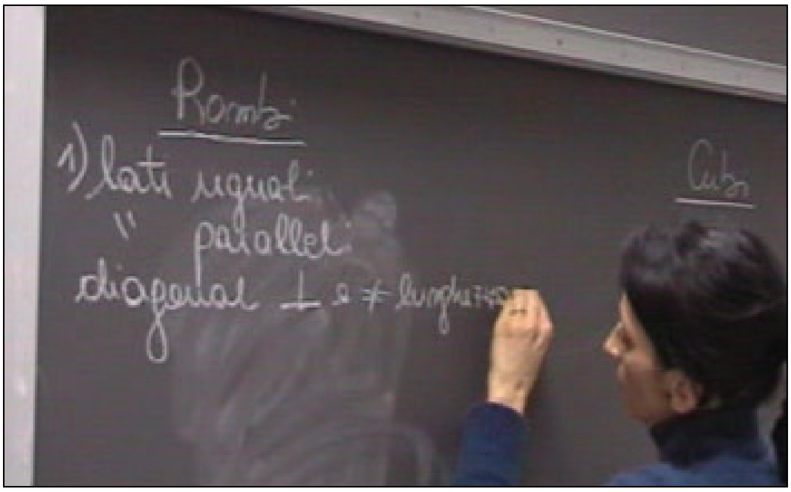
Le discours géométrique exige une bonne connaissance et une maîtrise de sa terminologie et de ses notions. Par ailleurs, l'acquisition des concepts géométriques par les apprenants est facilitée par une communication qui s'appuie sur l'utilisation équilibrée de trois langages: graphique, naturel et géométrique.

Dans l'activité proposée, on demande aux apprenants de travailler deux par deux, l'un fournissant à l'autre une suite d'instructions pour lui permettre de dessiner une figure géométrique. Les deux élèves doivent ensuite la décrire et la définir.

Cette activité de l'enseignement de la géométrie peut représenter une occasion intéressante de souligner la nécessité de favoriser l'utilisation de différents registres de représentation et leur coordination à travers des tâches spécifiques visant au passage de l'un à l'autre.

Cette proposition didactique permet aussi aux stagiaires de réaliser immédiatement combien le passage de la description d'une figure géométrique à sa définition est complexe et difficile pour les apprenants.

Cette proposition a été préparée et pilotée à l'Université de Pise. Elle a également été pilotée en même temps à l'Université de Sienne et, plus tard, à l'I.U.F.M. de Paris.



[*] Centro di Ateneo di Formazione e Ricerca Educativa – CAFRE, Università di Pisa, Italie.

[**] Istituto Comprensivo "E. Pea", Seravezza, (LU), Italie.

Le pilotage principal

par Franco Favilli et Carlo Romanelli

LA PROPOSITION

La proposition des *puzzles géométriques* semble correspondre à un bon moyen d'aborder les notions mathématiques, en les introduisant à travers un bon mélange d'activités théoriques et pratiques. La discussion qui pourrait en découler, si l'on développait ou on approfondissait le thème, irait aisément au delà du contenu standard du curriculum de mathématiques pour les collèges. Son pilotage exige donc, tout d'abord, de préciser des objectifs didactiques spécifiques et de choisir parmi les notions mathématiques possibles quelques unes seulement pour les introduire, ou pour les utiliser plus tard (si elles sont déjà connues des élèves).

Au début de la leçon, on distribue aux apprenants une feuille de papier (La fiche-guide élève, voir annexe A) qui donne quelques explications sur le contenu et les règles de l'activité didactique. En voici les règles fondamentales:

- Les apprenants travaillent en binômes.
- Dans chaque binôme, on donne à l'un des deux élèves une feuille de papier où est inscrit le nom d'une figure géométrique plane ou d'un solide qu'il ne doit révéler à son partenaire qu'à la fin de l'activité.
- Le premier élève fournit à l'autre une suite d'instructions pour lui permettre de dessiner la figure.
- Seules les instructions unitaires correspondant à un seul élément d'activité graphique par le partenaire sont permises. Par exemple, la consigne "Tracer un segment" est permise, mais "Tracer la médiatrice du segment [AB]" ne l'est pas, parce que cette consigne nécessite la détermination du point M milieu de [AB] d'abord, et la perpendiculaire à la droite (AB) passant par M ensuite.
- Chacun des deux élèves écrit chaque consigne, qu'il a donnée ou qu'il a reçue, sur une feuille de papier.
- Une consigne peut être répétée, si besoin est, mais ne peut être ni modifiée ni expliquée.
- Pour dessiner, les élèves se servent d'une feuille de papier quadrillé et d'un stylo (pas de crayon, ni de règle ou de compas etc.).Il est interdit d'effacer.
- Il est interdit de montrer le dessin en cours.
- Une fois la suite d'instructions terminée, le dessin final est dévoilé et il est comparé au nom de la figure géométrique donnée.
- Les deux apprenants de chaque groupe doivent donner le nom, la description et enfin la définition de la figure géométrique.
- L'activité s'achève par une discussion avec l'ensemble de la classe, à partir des derniers dessins et des instructions données.

Le même procédé devrait être utilisé à la fois par les formateurs avec les stagiaires et par les stagiaires avec les élèves au collège.

A Pise, le plan du pilotage a été conçu et développé selon le système suivant, les heures représentent la durée de chaque étape:

<table>
<tr><th colspan="10">Démarche</th></tr>
<tr><td>Formateurs (10h)

Préparation de la proposition didactique</td><td>Formateurs et stagiaires (4h)

Introduction
Travail en groupe
Discussion</td><td>Stagiaires (2h)</td><td colspan="2">Stagiaires et élèves (2h)

Introduction
Travail en groupe
Discussion</td><td>Stagiaires (2h)</td><td colspan="2">Stagiaires et formateurs (4h)

Compte-rendu
Discussion</td><td>Stagiaires (4h)</td><td>Formateurs(5h
Rapport final</td></tr>
<tr><th>Objectifs</th><th colspan="8">Méthodologie contextuelle</th><td></td></tr>
<tr><td>
A court terme

A long terme</td><td>
Connaissances
Compétences
Méthodologie
Socialisation</td><td>Bilan – Plan de la lecon</td><td>Stagiaires
Connaissances

Méthodologie</td><td>Eleves
Connaissances
Compétences
Socialisation</td><td>Bilan de la lecon– compte rendu</td><td>Formateurs
Socialisation

Méthodologie</td><td>Stagiaires

Methodologie</td><td>Bilan – Remarques
Finalisation du plan de la leçon et</td><td></td></tr>
</table>

Informations générales

Nombre de formateurs: 2

Nombre de stagiaires: 42

Nombre de classes participant au pilotage: 2 (une classe de 5ème et une classe de 4ème)

Nombre et âge des élèves: 24 élèves âgés de 12 ans (en 5ème) et 22 élèves âgés de 13 ans (en 4ème)

Nombre d'adultes dans chaque classe pendant les leçons: 2 stagiaires (présents pour la première fois dans ces classes) et le professeur de la classe.

Objectifs

Les objectifs pédagogiques de cette proposition sont globalement de deux ordres: général et mathématique.

Parmi les *objectifs généraux*, nous pouvons distinguer:

- Le développement de la prise de conscience et de l'esprit critique envers l'utilisation du langage et de son interprétation.
- La prise de conscience de l'importance d'utiliser un langage spécifique et sans équivoque.
- L'augmentation de la capacité des apprenants à la compréhension et à l'élaboration d'instructions verbales.
- L'incitation à une écoute 'critique' des instructions.

- L'amélioration de l'aptitude à lire, comprendre, respecter et appliquer les règles de l'activité didactique.
- L'acquisition de la notion d'instructions simples (unitaires).
- L'aptitude à respecter le rythme de progression des camarades de classe.
- La capacité à justifier les choix faits et opérés durant l'activité.

Parmi les *objectifs mathématiques*, nous pouvons distinguer:

- L'amélioration de l'utilisation du langage mathématique.
- Le renforcement des connaissances du langage géométrique
- L'amélioration des compétences en dessin.
- La consolidation des connaissances en géométrie.
- L'aptitude à visualiser des objets en trois dimensions à partir d'une représentation en deux dimensions et à représenter des solides dans le plan.
- La capacité à décrire des figures géométriques de base, planes ou solides, en désignant les propriétés nécessaires et suffisantes à leur définition.
- Le développement de l'aptitude à trouver un juste équilibre entre la description et la définition d'une figure géométrique plane ou solide.
- La prise de conscience de la pertinence de la définition en géométrie.
- La capacité à comparer et à évaluer différents types de données issues de la discussion dans le contexte d'une construction correcte du concept de la figure géométrique.

Tâches pour les stagiaires

- Lire *la fiche-guide du pofesseur* (voir annexe B) très attentivement!
- Faire des commentaires et des propositions pour la modification de la *fiche-guide de l'apprenant* qu'on vous a donnée au début de l'activité.
- Est-ce que les règles énoncées sur la fiche sont suffisamment claires pour les élèves?
- Lors du déroulement de l'activité dans votre classe, tiendrez-vous *un carnet de bord* (c'est à dire un compte rendu du déroulement de la leçon)?
- Combien de *temps* faudrait-il consacrer à la présentation et au déroulement de l'activité et à la discussion finale?
- Devrait-on proposer l'activité didactique aux élèves sous forme de *jeu de rôle*?
- Etant donné l'importance dans cette activité de la *communication*, à la fois active et passive, entre les élèves, quel *registre linguistique* utiliserez-vous avec vos élèves?
- Est-il important que les deux élèves dans chaque binôme soient de même niveau?
- En ce qui concerne la *figure géométrique* à dessiner, est-il préférable de choisir une figure déjà connue des élèves ou d'en introduire une nouvelle?

- Quels sont les *avantages* et les *désavantages* d'utiliser une figure déjà connue des élèves? d'utiliser une figure nouvelle?
- Est-il préférable d'utiliser une *feuille de papier quadrillé* ou une *feuille blanche*?
- Seules les consignes *simples* sont permises. La notion de *consigne* simple ou *unitaire* pourrait être un sujet de controverse: choisissez et expliquez votre choix auprès des élèves. Pourquoi et comment?
- Quels sont les prérequis nécessaires pour cette activité?
- Etablir une liste de diverses *séries d'instructions* possibles pour le dessin de la figure géométrique choisie.
- Donner des exemples *d'instructions ambiguës* possibles, de dessins différents et *d'erreurs de compréhension* qui en résultent.
- Visez-vous à introduire la *définition* de la figure géométrique donnée?
- A partir du plan de cette leçon, comment pourriez-vous aider les élèves à effectuer le passage de la *description* d'une figure géométrique, à sa *définition* en passant par (quelques unes de) ses propriétés?
- Qu'attendez-vous de la *discussion finale*? Quel rôle lui accordez-vous?
- Demanderez-vous aux élèves de produire le *rapport final* de l'activité? Individuellement ou par groupe de deux?
- Faites des commentaires et des propositions pour une modification de la *fiche-guide du professeur* qu'on vous a donnée au début de l'activité.
- Avez-vous atteint les objectifs que vous vous étiez fixé dans le plan de cette leçon?

Tâches pour les élèves

- Lire la fiche-guide de l'apprenant très attentivement!
- Assurez-vous que vous êtes en accord avec votre professeur et avec votre partenaire sur la signification de l'expression instruction unitaire.
- Il n'est pas permis de rectifier une consigne donnée ou une partie du dessin. Faites très attention avant de parler ou de dessiner!
- A quel moment avez-vous (l'élève qui a reçu les instructions) réalisé quelle figure géométrique il vous fallait dessiner? Cela vous a-t-il aidé? Avez-vous alors cessé d'exécuter les instructions données par votre camarade de classe (autrement dit vous avez commencé à n'en plus tenir compte)?
- Dans quelle mesure vos acquis antérieurs en géométrie vous ont il été utiles?
- Avez-vous éprouvé des difficultés à comprendre une consigne? Donnez au moins un exemple.
- Vous a-t-on donné des instructions ambiguës? Si oui, donnez en un exemple.
- Avez-vous (l'élève qui a donné les instructions) dessiné la figure géométrique avant de commencer à donner les instructions ou l'avez-vous dessinée au fur et à mesure que vous donniez les instructions, faisant donc ainsi vous-même

en même temps que votre camarade ce que vous lui demandiez de faire? Si cela est le cas, cela vous a-t-il aidé?

- Vous a-t-il été difficile de trouver les mots justes pour donner une consigne? Donnez au moins un exemple.
- Etes-vous satisfait de votre expérience? Pourquoi?
- Auriez-vous préféré jouer le rôle de votre partenaire?
- Avez-vous eu du mal à réaliser que certaines propriétés de la figure géométrique donnée sont dépendantes les unes des autres? Donnez un exemple.
- A votre avis pourquoi votre professeur a-t-il proposé cette activité?
- Allez-vous rédiger le rapport de cette activité?
- Faites des commentaires et des propositions pour la modification de la fiche-guide de l'apprenant qu'on vous a donnée au début de l'activité.

LE PILOTAGE

La séance en formation

Au début de la séance, les formateurs donnent aux stagiaires une feuille blanche et la fiche-guide de l'apprenant expliquant l'activité qui va commencer. Les stagiaires sont en binômes et doivent décider qui des deux va donner les instructions et qui va les recevoir et effectuer le dessin. On distribue aux stagiaires qui vont donner les instructions un morceau de papier sur lequel est écrit le mot *losange* ou le mot *cube*.

Les stagiaires se mettent au travail; tout de suite certains demandent de plus amples explications quant à la signification de l'expression *consigne unitaire* Les professeurs formateurs leur donnent quelques exemples de plus, mais pas mathématiques. En conséquence, l'activité commence une demi-heure après le début de la séance de formation.

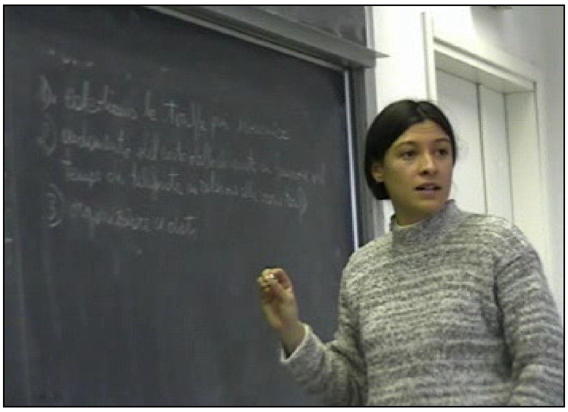
Encore une autre demi-heure et, après que tous les binômes de stagiaires ont fini l'activité consistant à donner des instructions, dessiner, décrire et définir une figure géométrique, les discussions au sein de chaque binôme commencent.

Stagiaires débattant

Le débat en cours, qui suit, a été organisé en 3 phases:

- Questions d'ordre général, concernant essentiellement les règles énoncées sur la fiche-guide de l'apprenant;
- comparaison des résultats (liste d'instructions, dessins, descriptions et définitions);
- remarques et commentaires sur ces résultats, à propos du losange d'abord, et ensuite du cube.

Les discussions et le débat ont duré trois heures, jusqu'à la fin de la séance en formation.



Un stagiaire faisant un compte rendu du débat

La majorité des stagiaires a déclaré avoir réalisé combien il était difficile d'exprimer les concepts et les propriétés mathématiques même les plus simples d'une manière claire et succincte, ainsi que la consigne l'exige, en se servant presque uniquement du langage courant et non du langage mathématique. Le plus difficile a été de trouver un juste équilibre entre les deux langages, tout en tenant compte des contraintes données sur la fiche-guide de l'apprenant concernant l'usage de la terminologie mathématique.

Comme prévu, la plupart des dessins étaient corrects, même si de nombreux stagiaires ont avoué qu'une fois qu'ils avaient réalisé quelle figure il leur fallait dessiner, ils ont complété leur dessin en ne tenant (presque) plus compte du reste des instructions que leur partenaire leur donnait. Cela pourrait être considéré comme un point faible dans cette phase particulière du pilotage de la proposition, parce que dans des cas semblables il devient impossible de comparer la consigne spécifique avec la partie du dessin s'y rapportant. Il semblerait donc important de mettre davantage l'accent et de centrer l'attention des apprenants sur le fait que chaque dessin doit correspondre exactement aux instructions données, peu importe qu'il soit finalement correct ou non.

Plusieurs instructions ambiguës ont été présentées durant la discussion, permettant ainsi aux professeurs formateurs de rappeler aux stagiaires certains concepts mathématiques et/ou d'en expliciter quelques uns. Il est important de souligner ici que tous les stagiaires dans la classe ont une formation universitaire essentiellement scientifique, mais pas mathématique. Ils n'ont suivi qu'un ou deux cours de mathématiques durant leurs études universitaires.

La discussion sur les définitions de *losange et de cube* a, comme prévu, mis en évidence la nécessité d'une meilleure acquisition de certaines notions mathématiques de base. Très souvent la relation entre la description des propriétés et la définition d'une figure géométrique n'était pas claire du tout. Il a donc fallu consacrer pas mal de temps à cela ainsi qu'à préciser la différence entre l'image/le dessin d'une figure géométrique et la figure géométrique elle-même.

La séance en classe

Deux stagiaires ont été volontaires pour piloter le plan de la leçon dans une classe de cinquième de collège avec le losange, et deux autres dans une classe de quatrième, avec le cube. Avant le pilotage, les formateurs ont de nouveau demandé aux stagiaires de faire des commentaires et des remarques sur l'activité ainsi que sur les règles à donner aux élèves (âgés de 12-13 ans) pour qu'il ait un impact utile et efficace, en assurer son efficacité et son utilité, selon les objectifs spécifiés par les formateurs au départ et les modifications possibles sur lesquelles les stagiaires venaient de se mettre d'accord. La fiche-guide de l'apprenant a été légèrement modifiée avant d'entrer en classe. Les stagiaires ont décidé de travailler avec du papier quadrillé et sans instruments géométriques, comme par exemple une règle ou une équerre.

Un binôme d'élèves au travail respectant les consignes

Voici les résultats les plus pertinents, semblables à ceux obtenus par les stagiaires:

- Il a été nécessaire de rendre la signification de l'expression 'consigne unitaire' plus explicite.
- Certains élèves, «instructeurs», ont déclaré qu'il était difficile de trouver les mots justes pour formuler certaines instructions, même lorsqu'ils avaient une idée précise de ce qu'ils voulaient que leur camarade de classe dessine.

Une liste d'instructions

- Après seulement quelques instructions, la plupart des élèves ont réussi à compléter leur dessin en ne tenant (presque) plus compte du reste des instructions: certains dessins étaient corrects même quand les instructions ne l'étaient pas (l'important était de réussir, de gagner le jeu!).
- L'utilisation du papier quadrillé a rendu le dessin de la figure plus facile.
- Plusieurs instructions étaient ambiguës et induisaient donc en erreur.

Conséquences d'instructions ambiguës

Les résultats les plus pertinents, différents de ceux obtenus par les stagiaires:

- Dès le début de la séance les élèves se sont plaints de la difficulté du registre linguistique utilisé par les stagiaires, à la fois pour la fiche-guide et pour communiquer oralement.
- La plupart des élèves ont bien utilisé les lettres pour identifier les extrémités des segments de droite.
- Pour la majorité des élèves, décrire ou définir une figure géométrique voulait dire la même chose.
- Ce type d'activité a été particulièrement profitable aux élèves les moins performants.
- Pour entamer le débat final en classe, les élèves, par deux, ont d'abord présenté leur activité au reste de la classe pour ensuite en discuter ensemble.
- Les élèves souhaitaient prolonger cette expérience en changeant de rôle avec leur partenaire et avec des figures différentes.

Feedback avec les stagiaires

Outre les deux formateurs et tous les stagiaires, deux élèves ont participé à la séance de feedback.

Les quatre stagiaires volontaires ont présenté la mise en oeuvre avec les élèves à leurs collègues, en faisant des commentaires et des remarques et en montrant des clips vidéo de la classe.

Stagiaires présentant la mise en œuvre en classe

La plupart des résultats de ce pilotage, mentionnés plus haut, ont fait l'objet d'une discussion spécifique. Il faut toutefois préciser que, si les élèves étaient activement engagés dans la discussion, les stagiaires qui n'avaient pas participé au pilotage n'intervenaient eux par contre que de temps à autre dans le débat.

Elèves débattant activement avec les stagiaires

D'autres questions soulevées durant la discussion:

- Trouver le moyen le plus approprié d'introduire et de favoriser les objectifs de l'activité.
- Identifier un contrat didactique approprié entre les professeurs et les élèves pour la mise en oeuvre de l'activité.
- Mieux gérer le temps en classe (le pilotage a pris plus de temps qu' initialement prévu).
- Tenir compte du prérequis d'un logiciel de géométrie comme une aide éventuelle, surtout pour les élèves qui doivent donner les instructions.

- Mettre l'accent sur la différence entre la rigueur du langage mathématique et "la souplesse" du langage courant.
- Décider comment effectuer, avec des élèves de collège, le passage de la description d'une figure géométrique à sa définition.

Le deuxième pilotage

par Lucia Doretti*

MISE EN OEUVRE DE LA PROPOSITION

Le but de cette activité était de faire réfléchir les professeurs stagiaires sur les différents langages, graphique et verbal, qui interviennent dans le discours géométrique et au travers de leur interaction coordonnée détermine son développement. Elle s'est révélé une occasion intéressante de souligner la nécessité de favoriser l'enseignement de différents registres de représentation et leur coordination en géométrie à travers des activités spécifiques permettant le passage de l'un à l'autre.

Déroulement de l'activité en séance de formation

Nombre de stagiaires: 18

Durée totale: quatre heures (une heure pour le travail en binômes – trois heures pour la discussion)

L'activité a été mise en place selon les directives établies par le groupe de pilotage à Pise.

Les stagiaires travaillent en binômes et au sein de chaque binôme on attribue à un étudiant le rôle 'd'émetteur' et à l'autre celui de 'récepteur' d'instructions. Ensuite on donne à chaque stagiaire quelques indications générales et les instructions à suivre ainsi que le reste du matériel. Avant de commencer l'activité il a été nécessaire de rendre plus explicite, à l'aide d'exemples, la signification de l'expression instruction 'unitaire' (simple) figurant sur la fiche, afin de permettre aux participants de dessiner la figure étape par étape. Sur les fiches des stagiaires qui donnent les instructions sont inscrits les mots *losange, trapèze isocèle* ou *cube*. A la fin de la première phase, une heure et demie après le début de la séance de travail:

- Les deux partenaires ont, dans chaque binôme, rempli leur fiche de travail avec les instructions qu'ils avaient soit données soit reçues, ont fait des commentaires par écrit et ont donné une définition de la figure.
- Ils ont montré leur fiche avec à la fois le nom de la figure et la figure dessinée.

* Dipartimento di Scienze Matematiche e Informatiche, Università di Siena, Italie.

La phase suivante consiste en une discussion collective à partir du travail de chaque binôme. Les premiers commentaires faits par les stagiaires portent sur les difficultés inattendues qu'ils ont rencontrées durant cette tâche, en dépit du fait que les figures géométriques considérées leur étaient familières. De l'avis de tous, le rôle *d'émetteur d'instructions* était plus difficile que celui de *récepteur et exécuteur*: les stagiaires qui donnaient les instructions ont dû recourir à un nom de figure et à une image qu'ils pouvaient se représenter mentalement, pour interpréter cette image de manière à la fois perceptive et cognitive et formuler les messages appropriés, permettant sa reproduction. Certains ont déclaré ne pas être parvenus à compléter la suite d'instructions (même après plusieurs tentatives), d'autres ont avoué avoir eu des difficultés liées à la manière dont ils les avaient formulées et ils ne sont pas sûrs que leur collègue les ait comprises. Enfin quelques listes d'instructions fournies par les stagiaires (et reportées sur un transparent) ont été étudiées et ont fait l'objet de commentaires, ainsi que la manière dont elles ont été interprétées et traduites graphiquement par ceux qui les recevaient.

Nous présentons en annexe C certaines fiches de travail qui ont fait l'objet de commentaires durant la séance avec les stagiaires.

Cela a été une occasion de réfléchir avec eux sur les deux points suivant:

- le langage mathématique et son rôle dans le processus de construction des connaissances.
- le rôle des définitions en géométrie.

A. *Le langage mathématique et son rôle dans le processus de construction des connaissances*

Une utilisation adéquate du langage présuppose une prise de conscience totale des termes mathématiques présentés et suggère des instructions sans ambiguïté, pouvant être interprétées de la même manière par tous. Il y a eu divers cas où les instructions fournies ont donné lieu à des dessins de figures présentant des caractéristiques géométriques différentes de celles que l'on voulait obtenir (par exemple les instructions suivantes: *1. tracez un segment; 2. tracez un autre segment, perpendiculaire au premier en son milieu*, ne mènent pas, comme elles le devraient, à une identification sans équivoque du rhombe.

Nous avions le sentiment que le thème de l'utilisation du langage pouvait fournir un sujet d'étude, bien que les stagiaires n'aient pas tous pleinement reconnu le problème.

Un étudiant était perplexe devant l'analyse critique qui était faite des instructions données, car ils pensent que "*bien que les instructions ne soient pas très précises, le «récepteur» est amené à les interpréter et à les compléter correctement*. Nous avons remarqué que dans certains cas, les dessins correspondaient bien aux figures désirées, mais qu'il n'était pas possible d'y être arrivé à partir des instructions données.

En présence de messages erronés ou défectueux, les stagiaires avaient tendance à remplir les informations manquantes à partir du message global, en ayant recours aux phénomènes de perception et de régularisation; dans d'autres cas, la visualisation originale de la figure, générée par les informations initialement reçues, a conduit le ‘récepteur’ à compléter son dessin correctement malgré des instructions incorrectes[1].

La discussion nous a aussi fait réfléchir sur la différence entre le langage courant, qui se caractérise par une richesse et une variété d’expressions, et le langage mathématique où chaque terme a une signification bien spécifique déterminant ainsi son usage.

Finalement on a fait remarquer que dans bien des cas, un élément ‘étranger’ à la figure avait été introduit dans la donnée des instructions: nous voulons dire par là que nous avons utilisé des informations qui décrivent la figure normalement située dans le cadre naturel de référence délimité par les bordures de la page: Cela a mis en évidence l’existence de clichés dans les représentations mentales de concepts et de relations géométriques (en fait, les instructions contiennent souvent des termes comme “horizontal” et “vertical”: *“tracez un segment horizontal”, “tracez un segment vertical passant par son milieu”*).

Cette expérience a fait réfléchir les stagiaires sur la nécessité de développer des activités spécifiques liées à l’apprentissage et à l’utilisation du langage mathématique dans l’enseignement. Bien qu’une utilisation correcte du langage exige une longue période de maturation, il demeure néanmoins un instrument fondamental pour la construction des connaissances.

B. *Le rôle des définitions*

Un autre sujet de réflexion a été suggéré par la fiche de travail où l’on demande de donner une définition de la figure dessinée ou décrite. Les stagiaires ont interprété cette demande de plusieurs manières: certains ont simplement indiqué le nom de la figure tandis que d’autres ont donné une liste de propriétés, souvent plus qu’il n’en fallait pour la caractériser.

Voici, par exemple, quelques définitions du losange données par les stagiaires qui démontrent cet aspect et que nous avons analysées durant la séance de travail:

- Losange: “Figure géométrique plane, cas particulier du parallélogramme dont les côtés opposés sont parallèles deux à deux et dont les angles intérieurs sont égaux deux à deux, et dont les diagonales perpendiculaires sont de longueur différente”.
- Losange: “Quadrilatère dont tous les côtés sont égaux et dont les angles opposés sont égaux”.
- Losange: “Parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires et inégales”.
- Losange: “Quadrilatère à quatre côtés égaux, parallèles deux à deux”.

Nous avons réfléchi sur le sens de la définition en mathématiques et sur la différence entre les propriétés qui *décrivent une* figure et celles qui la *définissent*. La discussion

[1] Un des commentaires mentionne *“En dépit du fait que les consignes n‘étaient pas toujours très précises, je les ai suivies de manière on ne peut plus logique (ou peut être triviale!) grâce peut-être aux notions géométriques que nous possédons“.*

a en particulier porté sur le moyen de "minimiser" les propriétés énoncées pour le losange, de manière à identifier celles qui sont nécessaires et suffisantes pour, à chaque fois, le caractériser. Nous avons constaté que l'identification des propriétés nécessaires et suffisantes constitue un moment clé dans la construction des définitions, et marque sans aucun doute un passage délicat et difficile pour les élèves. D'où la nécessité d'aborder l'apprentissage des propriétés avec les élèves pour construire des définitions en utilisant un matériel conçu spécialement dans ce but[2] et/ou le logiciel Cabri (le mode de construction de Cabri met l'accent sur les propriétés considérées comme nécessaires et suffisantes et donc sur la définition sous-jacente).

Nous avons fait remarquer que la question de la définition est strictement et inextricablement liée à celle de la classification: c'est à dire que les propriétés exprimées par la définition ne permettent d'inclure dans une catégorie que les objets possédant ces propriétés. Nous avons également constaté que les définitions données par les stagiaires conduisaient à "la classification par partition" (vouloir qu'un *rhombe soit un parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires et inégales* implique que l'on retire le carré de la famille des losanges). C'était là l'occasion de souligner ce qu'Euclide dans les"Eléments" définit par partition: par exemple, les définitions de quadrilatères qu'il donne visent à déterminer une partition dans la catégorie de ces figures. Le choix que nous faisons de nos jours privilégie les définitions qui donnent lieu aux relations d'inclusion, permettant une comparaison entre les figures géométriques qui met en évidence leurs analogies et leurs différences. Quand il est nécessaire de différencier les concepts (i.e., quadrilatères concaves ou convexes), on doit avoir recours aux définitions de partition. Nous avons discuté sur le fait que la classification par inclusion, bien que plus complexe, facilite la systématisation déductive des notions (les concepts particuliers sont une sous-classe de concepts plus généraux), est plus économique qu'une classification par partition et offre la possibilité de donner à chaque objet géométrique plus de définitions alternatives (un *carré* est *un losange dont les diagonales sont égales* ou *un rectangle dont tous les côtés sont égaux*).

Dans l'enseignement, il est fondamental de ne pas anticiper les définitions avant la construction de l'environnement qui leur donne un sens.

Mise en oeuvre de l'activité en classe

Nombre de stagiaires: 2

Durée totale de l'activité dans chaque classe: deux heures (une heure pour la présentation et la mise en oeuvre de l'activité – une heure pour la discussion)

Des activités sont proposées par les deux stagiaires dans leurs classes, respectivement une classe de sixième (18 élèves âgés de 11 à 12 ans) et une classe de quatrième (18 élèves âgés de 13 à14 ans), et dans deux classes de cinquième (20 élèves et 17 élèves âgés de 12 à 13 ans). Le professeur de la classe était à chaque fois présent.

[2] Par exemple "les modèles dynamiques": leur manipulation, analyse et description permet de réunir des "éléments" de construction de définitions de figures se rapportant à des propriétés différentes.

Les deux stagiaires présentent aux élèves répartis en groupes de deux l'activité intitulée “La découverte des figures géométriques”, sous forme de jeu dans lequel un des élèves donne une liste “d'indices” qui doit conduire son partenaire à “identifier” une figure. Le travail des élèves était organisé de la même manière que dans la séance de formation. Il a fallu passer plus de temps que prévu à leur expliquer comment donner les instructions (nous avons malgré cela trouvé des formulations inadéquates dans les productions). Les figures qui ont été choisies sont le *losange*, le *trapèze*, le *triangle isocèle* et le *cube*.

Dans plus d'une classe, les élèves en binômes souhaitaient expérimenter et jouer les deux rôles. Dans une des classes, le stagiaire «expérimentateur» a proposé de modifier l'activité pour que les élèves en binômes de deux ne puissent pas s'entraider en échangeant des informations interdites. On a introduit les modalités de travail suivantes: dans chaque binôme, on a donné à chacun des deux élèves une feuille de papier contenant le nom d'une figure à ne pas dévoiler (le nom de la figure est différente sur chacune des deux feuilles); chaque élève doit alors écrire une suite d'instructions pour permettre à son partenaire de dessiner la figure; les feuilles contenant les instructions sont ensuite échangées, chaque élève peut ainsi lire, faire des commentaires par écrit sur les instructions reçues quand elles ne sont pas suffisamment claires et dessiner la figure. A la fin de la tâche, ils doivent rendre la fiche contenant les instructions, les commentaires et la figure dessinée à leur partenaire.

L'activité s'achève avec les commentaires de chaque binôme sur son travail, devant l'ensemble de la classe et le stagiaire «expérimentateur».

Feedback et discussion collective

Nombre de stagiaires: 18

Durée totale: deux heures

Les stagiaires qui ont expérimenté en classe décrivent leur expérience.

Une remarque a été faite sur le grand étonnement des élèves devant l'activité proposée: elle était inhabituelle, ils ne se sentaient pas prêts et craignaient d'être mal jugés par le professeur. Ce n'est qu'à partir du moment où celui ci les a rassurés en leur expliquant qu'il ne s'agissait que d'un jeu pour les aider à étudier la géométrie, qu'ils ont pu se détendre et se sont sentis libres de s'exprimer.

Plusieurs groupes, surtout en cinquième, ont été influencés par le fait qu'ils “devaient” produire un dessin correct de la figure, et donc ils l'ont fait “apparaître“ de toute manière, même quand elle ne correspondait pas aux instructions écrites sur la feuille (signe évident d'un échange illégal d'informations). C'est pour cette raison que le stagiaire «expérimentateur» a introduit une modification quand il a proposé l'activité à l'autre classe de cinquième, en demandant aux élèves de jouer le même rôle simultanément mais avec deux figures différentes. Les résultats sont devenus, comme prévu, plus significatifs, et ont montré que la figure dessinée correspondait en général assez bien à la suite d'instructions.

Nous avons aussi observé que les élèves (comme les stagiaires durant la séance de formation), considéraient que le plus difficile c'était de donner les instructions et ils ont admis avoir eu des doutes quant à la manière dont ils s'exprimaient. Ceux qui recevaient les instructions ont admis avoir souvent éprouvé des difficultés et avoir quelquefois fait le dessin après une interprétation personnelle des instructions (*"Si je n'avais pas réalisé ce que c'était, je ne serais jamais arrivé à dessiner la figure: certaines données étaient un peu folles"*).

Nous avons étudié quelques productions d'élèves: elles indiquent différents niveaux d'appropriation du langage géométrique et dans certains cas un grand contraste entre ce qu'ils souhaitent décrire et la manière dont ils le font. Nous avons fait remarquer un autre point concernant la difficulté sur le sens à donner à l'expression "donnez une définition de la figure dessinée", ce qui pour beaucoup d'élèves signifie la reconnaître et écrire son nom, et pour les autres énoncer quelques propriétés.

Commentaires

L'activité proposée a amené les stagiaires à réfléchir sur un certain nombre de points.

- La difficulté à utiliser le langage mathématique correctement: les incertitudes, doutes et erreurs qui ont émergé lors de la donnée d'instructions indiquent le besoin de favoriser, dans l'enseignement, le processus de verbalisation, qui induit les étudiants à non seulement rendre leurs idées explicites mais aussi à essayer de le faire de manière claire et correcte afin de se faire comprendre.
- La nécessité d'utiliser l'instrument linguistique de manière pertinente, son usage représentant un pas en avant fondamental vers la construction des connaissances, bien qu'une longue période de maturation soit nécessaire.
- La nécessité de développer des activités comme celle ci, parce qu'elles fournissent des informations sur les connaissances des élèves, leur niveau actuel de conceptualisation, les lacunes éventuelles, et les idées reçues. Cette information est fondamentale pour pouvoir intervenir en classe avec un plan d'action bien préparé et approprié.
- Plus généralement, la nécessité de développer un discours géométrique à travers une interaction coordonnée entre différents registres (verbal, graphique et symbolique) et la reconnaissance du rôle important joué par la perception et la visualisation.

Un professeur stagiaire a rédigé ce commentaire:

Je crois personnellement que l'activité que nous avons menée était très intéressante.. En effet, il n'est pas facile, même pour ceux qui ont une connaissance assez approfondie du sujet, d'effectuer la transition du langage courant au langage graphique et vice versa. Je crois, pour cette raison, que si l'on menait la même activité dans une classe de collège, elle susciterait l'intérêt et la curiosité à la fois du professeur et de ses élèves.

Le troisième pilotage (à l'I.U.F.M de Paris) et Conclusion

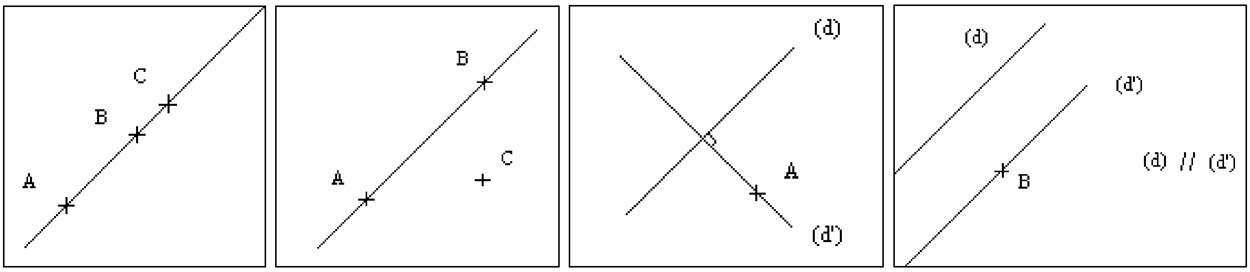
par Franco Favilli

Cette proposition a également été pilotée, de manière un peu différente, à l' I.U.F.M. de Paris par Catherine Taveau (professeur de la classe: Cynthia Dobin). La classe comprenait 28 élèves, âgés de 11 à 12 ans, en première année de collège.

Les deux objectifs principaux du professeur étaient les mêmes que pour les deux pilotages précédents – renforcer les connaissances du langage géométrique des élèves et faciliter le passage de l'apparence d'une figure à ses propriétés (c'est à dire. de ce qui peut être vu à ce qui peut être connu) – la proposition a été mise en oeuvre en deux séances.

Première séance

Les élèves qui reçoivent les instructions n'ont à dessiner la figure qu'à main levée, sans aucun instrument géométrique.

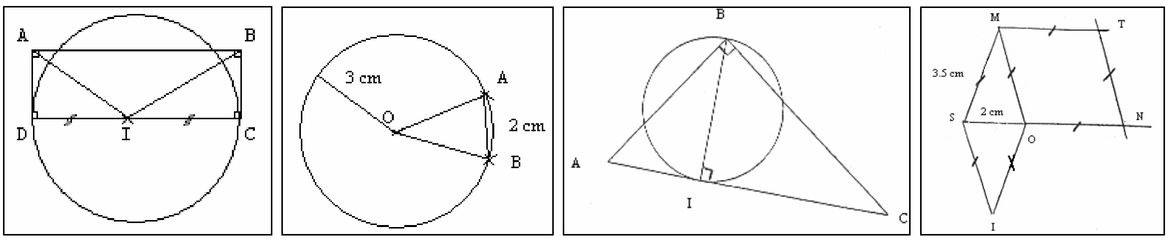


Tracé de lignes

Commentaires: De nombreux élèves ont essayé d'écrire des instructions pour permettre de dessiner exactement la même figure (en donnant par exemple, des dimensions), et dans plusieurs cas, les instructions n'étaient pas assez précises; cela n'a tout de même pas empêché les élèves-récepteurs de dessiner la figure correctement.

Deuxième séance

Cette séance a eu lieu un mois plus tard. Le professeur a distribué un mini glossaire aux élèves et a demandé aux "récepteurs" de dessiner la figure de manière précise (avec des instruments).



Tracé de cercles

Commentaires: Les instructions pour les trois premières figures sont pour la plupart correctes, à l'exception de la dernière. La professeure a décidé de prolonger les séances avec une activité sur ordinateur, en utilisant le logiciel Cabri- Géomètre.

La professeure était très intéressée par ce travail qui l'a convaincue de la difficulté qu'éprouvent les élèves de cet âge à utiliser un langage géométrique précis. Mais il lui est apparu évident que de telles tâches (y compris celles avec Cabri) sont un bon moyen de permettre aux élèves de comprendre la différence entre la description et la définition d'une figure.

Lors du premier pilotage à l'Université de Pise, les stagiaires qui sont allés en classe ont décidé, afin de développer la prise de conscience chez les élèves de la différence entre la description et la définition d'une figure et afin de les conduire vers le concept de définition d'une figure, de leur demander:

- Premièrement, d'établir une liste de toutes les propriétés qu'ils pouvaient 'voir' dans la figure donnée.
- Deuxièmement, d'étudier chacune de ces propriétés et de les comparer aux autres;
- Finalement, de rayer de leur liste toute propriété qui était, selon eux, la conséquence d'une autre.

Ainsi les élèves sont convaincus que les propriétés 'encore en liste" représentent une meilleure description de la figure, plus affinée et plus concise: équivalente ou très proche de ce que le professeur appelle la "définition" de la figure. La discussion par l'ensemble de la classe sur les listes établies par les différents groupes d'élèves, en particulier sur les explications données pour inciter aux retraits de la liste, ont largement contribué à rendre la présentation du concept de définition, un des thèmes les plus complexes et les plus sophistiqués en mathématiques, à la fois attrayante et efficace.

Il est important de mentionner que les trois pilotages ont démontré la pertinence pour les apprenants (stagiaires et élèves) de la maîtrise du langage géométrique mais aussi de la capacité à organiser et à exprimer un procédé algorithmique (le jeu d'instructions)[3] pour obtenir d'un autre apprenant qui, lui, n'a qu'à exécuter les instructions, le produit visé (le dessin). Cependant, la difficulté (ou l'impossibilité) déjà mentionnée pour les apprenants de simplement exécuter les instructions données et le fait que leur connaissance antérieure de la figure les pousse souvent à la dessiner correctement, quelles que soient les instructions reçues, montrent combien il est important, lors de la présentation de l'activité, de souligner la nécessité de respecter rigoureusement les instructions reçues, la manière dont elles sont données et interprétées. Pour les apprenants, surtout pour les élèves, le désir d'avoir raison ou même de "gagner" est trop fort pour ne pas enfreindre une règle!

---

[3] Il ne faut pas considérer cette capacité omme allant de soi, même chez les formateurs et/ou les professeurs de mathématiques, ainsi que l'a clairement démontré l'atelier pour cette proposition qui figurait au nombre des activités scientifiques du Congrès SEMT 2005 de Prague.

Quant au déséquilibre que les tâches données aux binômes d'élèves (un élève donnant les instructions et l'autre les exécutant) ont fait ressortir, il indique le besoin de refaire l'activité en utilisant une figure différente et en changeant de rôle avec son partenaire, comme cela a été le cas lors des deux premiers pilotages.

LECTURES RECOMMANDEES

Ellerton, N.F. and Clarkson, P.C. (1996). Language Factors in Mathematics Teaching and Learning, in Bishop A.J. et al. (eds.), *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 987-1033). Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

Favilli, F., Japelt, A. and Novotná, J. (2005). Developing good practices for teacher training focused on understanding classroom environment, in Novotná J. (ed.), *Proceedings of SEMT '05 – International Symposium Elementary Maths Teaching* (pp. 335-336). Charles University, Prague.

Favilli, F. and Villani, V. (1993). Disegno e definizione del cubo: un'esperienza didattica in Somalia. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 16, n.10, 907-925.

Maier, H. (1995). Il conflitto tra lingua matematica e lingua quotidiana per gli allievi. *La matematica e la sua didattica*, 3, 298-235.

UMI-CIIM (2001). Matematica 2001, Materiali per il XXVII Convegno Nazionale sull'Insegnamento della matematica. Lucca: Liceo Scientifico "A. Vallisneri".

Annexe A: *Guide de l'apprenant*

Matériel pour l'activité:
On peut utiliser uniquement une feuille de papier, un stylo et la fiche à compléter.

✓ Les élèves travaillent en binômes. Chaque élève dans le binôme joue un rôle spécifique: l'un (l'émetteur) donne les instructions et l'autre (le récepteur) fait un dessin, en suivant les instructions reçues.

L'EMETTEUR

Vous allez recevoir un morceau de papier avec le nom d'une figure géométrique plane ou d'un solide, qui ne peut être ni montré ni dit à personne.
Votre but est de permettre à votre camarade de dessiner la figure donnée, pas à pas, à l'aide d'une série d'instructions.

1. Si vous le souhaitez, vous pouvez dessiner la figure soit avant soit pendant le jeu.
2. Vous ne pouvez donner que des instructions unitaires, i.e., chaque instruction doit permettre à votre camarade de ne dessiner qu'une seule partie de la figure géométrique. Expliquons cela avec un exemple non mathématique: supposons que sur la feuille de papier soit écrit *table dressée*, la première (et donc permise) des instructions transmises peut être:
   mettre la nappe – mettre un couteau – mettre une fourchette – …
   cependant aucune des instructions suivantes n'est permise:
   dresser la table pour le déjeuner – nous faisons cela tous les jours pour nos repas.
3. En donnant les instructions on peut utiliser quelques termes mathématiques comme *segment, axe, angle, etc. mais vous ne pouvez pas utiliser des noms de polygones* (triangle, carré, etc.),

LE RECEPTEUR

Votre camarade va recevoir un morceau de papier avec le nom d'une figure géométrique plane ou d'un solide. Il ou elle vous demandera de dessiner cette figure à l'aide d'une série d'instructions.
Votre but est de dessiner cette figure pas à pas.

1. Ecrivez chaque instruction donnée par « l'émetteur » sur la fiche, avec vos commentaires, si vous en avez.
2. Si une instruction n'est pas claire vous pouvez demander à "l'émetteur" de vous la répéter mais non de l'expliquer.
3. Si l'instruction n'est toujours pas claire, vous pouvez la noter et faire vos commentaires sur la fiche.
4. Exécutez l'instruction et dites à «l'émetteur » quand vous êtes prêt.
5. Vous ne devez pas faire de corrections sur le dessin. Si vous réalisez que vous vous êtes trompé, notez-le sur la fiche.
6. Lorsque la dernière instruction a été exécutée, vous devez écrire le nom, une description et la définition de la figure donnée.
7. Le dessin final peut être montré à " l'émetteur" et à toute la classe seulement lorsque tous les binômes ont fini.

des formules géométriques et des noms d'objets qui rappellent la figure géométrique à dessiner (par exemple, si la figure est un cercle vous ne devez pas dire «*dessine une roue*»).

4. Ecrivez chaque instruction sur la fiche que vous avez reçue avec vos commentaires si vous en avez.
5. Si le récepteur vous demande de répéter l'instruction, vous devez le faire avec uniquement les mêmes mots.
6. Vous ne donnez l'instruction suivante que lorsque le «récepteur» a exécuté la précédente.
7. Lorsque la dernière instruction est transmise, vous devez écrire une description et une définition de la figure donnée.

Fiche d'instructions

Binôme: ____

Instructions	Commentaires
1)	
2)	
...	

Nom de la figure: ______________________________________

Description de la figure: _________________________________

Définition de la figure: __________________________________

Annexe B: Guide du professeur

L'objectif de ce guide est d'aider les professeurs à adapter cette activité d'enseignement aux compétences des élèves de la classe où ils la mettent en oeuvre. Dès que l'activité s'adresse à des élèves de collège nous devons prendre en compte qu'à cet âge (11 – 14 ans) l'esprit des élèves s'ouvre juste à l'abstraction. Passer du concret à l'abstrait est particulier à cet âge.

Objectifs

L'activité vise d'une part à renforcer les capacités des élèves à utiliser le langage géométrique et d'autre part à développer l'aptitude des professeurs à construire des concepts géométriques chez les élèves, sans être trop contraints par les définitions.

Prérequis

L'activité nécessite que les élèves connaissent quelques concepts géométriques de base, tels que segment, angle, segments perpendiculaires et parallèles.

Matériel d'enseignement complémentaire

Le plan géométrique est utile pour l'activité car il peut représenter une image réelle d'une situation de l'espace. De plus, il n'empêche pas les élèves de penser librement.

Description et remarques

1. l'activité est présentée aux élèves comme un *jeu*, diminuant ainsi leur anxiété relative à un possible jugement et leur permettant de vivre activement cette expérience sans aucune tension. L'activité peut être introduite comme un jeu de rôle. Il y a deux rôles tout à fait différents:

   - l'élève qui donne les instructions (*l'émetteur*);
   - l'élève qui reçoit les instructions (*le récepteur*).

   Un morceau de papier avec le nom d'une figure géométrique est donné à l'émetteur qui est supposé guider le récepteur à la dessiner.

2. Le *discours* doit être adapté à l'âge des élèves. Par conséquent, le professeur ne doit pas employer l'impératif, qui est autoritaire et rappelle le langage fréquemment utilisé dans les manuels scolaires de mathématiques (i.e., *calculez l'expression suivante*, *résolvez le problème suivant*), mais plutôt utiliser la première personne du pluriel. Cependant, si nécessaire, l'impératif peut être adouci par l'usage de la forme interrogative accompagnée du verbe *pouvoir*.

3. Pour ce type d'activité les binômes ne sont pas nécessairement homogènes, car l'objectif est *la communication,* à la fois active et passive, entre les élèves. Cependant, le professeur peut former au moins un binôme homogène. Dans la première phase de l'activité en binômes, il est important de faciliter la socialisation.

4. En ce qui concerne la *figure géométrique* à dessiner, le choix peut être fait entre une figure que les élèves ont déjà étudiée et une nouvelle figure. D'une part les *connaissances* antérieures sur la figure géométrique peuvent renforcer la connaissance des élèves sur ses propriétés et faciliter la communication dans le binôme; d'autre part, cela peut activer chez les élèves des images mentales pré organisées. Par exemple, l'élève dans le binôme qui reçoit l'instruction peut à un certain moment, continuer le dessin juste parce qu'il ou elle découvre la figure qui doit être dessinée et non grâce aux instructions qu'il ou elle reçoit du partenaire. Quelque chose de semblable peut se produire chez l'élève qui donne les instructions, car il ou

elle peut à peine comprendre les différentes interprétations de ses instructions: par exemple l'instruction, trace *deux côtés parallèles* ne permet pas de savoir:

a) si les deux côtés sont de même longueur;

b) quelle est la distance entre les côtés;

c) si les côtés ont une extrémité sur une perpendiculaire commune ou non.

Très probablement, l'élève qui reçoit cette instruction tracera deux côtés parallèles d'un carré.

Si on utilise une figure inconnue des élèves, au lieu de cela, ils seront plus attentifs à la façon dont ils donnent les instructions, comme à celle de les exécuter, car ils n'ont pas encore d'image mentale en relation avec la figure. Cependant, dans ce cas l'activité peut être plus difficile pour les élèves.

5. L'utilisation de feuilles quadrillées peut faciliter la tâche des deux élèves du binôme (de celui qui donne les instructions et de celui qui les reçoit). Cependant, cela peut avoir ses limites, car elle peut suggérer les voies préférentielles des élèves (i.e., l'instruction *Dessine un segment oblique* peut être suivie du tracé d'un segment incliné de 45°, à cause des carreaux de la feuille).

   Dans le cas où le professeur décide d'utiliser une feuille blanche, il serait utile d'autoriser les élèves à se servir à la fois d'une règle et d'une équerre.

   L'élève qui donne les instructions aurait aussi une feuille de papier où il ou elle pourrait aussi bien dessiner la figure, pour avoir un support visuel. En fait à cet âge (11 à 14 ans), les élèves ont peu d'aptitude à l'abstraction et le dessin de la figure selon leurs instructions peut faciliter leur propre contrôle de la procédure.

6. Comme l'activité est basée sur la communication entre les élèves de chaque binôme, le professeur doit attirer l'attention des élèves sur le fait que seules les *instructions unitaires* sont permises. La notion d'*instruction unitaire* peut être tout à fait controversée: c'est au professeur de faire un choix et d'expliquer cela aux élèves. Par exemple pour tracer les diagonales d'un losange, deux séries différentes d'instructions peuvent être données:

   a) Dessine un segment [AB] – appelle M son milieu – dessine un segment [MC] perpendiculaire à [AB] – dessine le segment [MD] de longueur égale et adjacent à [MC] (une suite de quatre instructions unitaires).

   b) *Dessine deux segments perpendiculaires se coupant en leurs milieux* (une seule instruction non unitaire).

   Dans la fiche d'activité distribuée aux élèves, il peut être utile de donner un exemple d'instruction unitaire tirée de la vie courante et non d'un contexte mathématique.

7. A la fin de l'activité il est demandé aux élèves de:

   a) *d'écrire le nom de la figure qu'ils ont dessinée*;

   b) *de la décrire*;

   c) *de la définir*.

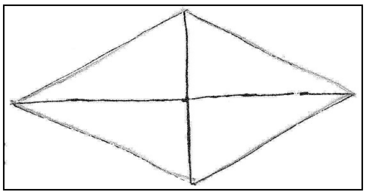
   Cette dernière phase de l'activité est utile pour la construction du concept de la figure géométrique donnée, chez les élèves, à l'aide de quelques étapes préliminaires en direction de sa définition. De plus, selon le contexte de la classe, le professeur peut choisir s'il demande ou non la définition de la figure géométrique.

8. Le débat final en classe est une phase importante de l'activité car il permet au professeur et à toute la classe, de comparer les dessins finaux, de comparer les séries d'instructions et le dessin fait par chaque binôme, d'entendre des idées différentes au sujet de la figure donnée et d'en discuter. En vue de cela, les stratégies suivantes peuvent être adoptées:
   - D'abord, les deux élèves d'un binôme peuvent présenter et décrire leur activité à leurs camarades, qui sont invités à poser des questions et à faire des commentaires, créant ainsi les conditions d'un réel débat entre pairs.
   - Après cela, un changement dans la composition des binômes peut être proposé. Ainsi, par exemple l'émetteur d'un binôme peut travailler avec le récepteur d'un autre binôme. Cette stratégie fait comprendre aux élèves l'importance d'utiliser une terminologie et un langage mathématiques uniques.
9. *Variantes possibles*
   - Fournir à tous les élèves de la classe la même liste d'instructions pour dessiner une figure géométrique donnée. Certaines de ces instructions peuvent être données de façon ambiguë, en tenant compte ainsi d'une recherche des réactions des élèves aux différentes interprétations.
   - Demander aux élèves de faire le dessin d'une figure géométrique qui n'est pas une figure de base.
   - Faire des groupes différents dans la classe. Chaque groupe choisit une figure géométrique et établit une suite d'instructions unitaires pour la dessiner. Chaque groupe demande ensuite au professeur d'être son “récepteur” et de dessiner la figure choisie.
   - Faire des groupes différents dans la classe. Chaque groupe donne une série d'instructions unitaires à un autre groupe pour dessiner une figure géométrique et vice versa, comme dans un concours.

Annexe A: Les fiches de travail de deux stagiaires

Exemple 1: Construction d'un losange

Liste des instructions	*Commentaires du 'récepteur''*
1. Tracez un segment horizontal	
2. Prenez le milieu du segment	
3. Tracez un segment passant par ce milieu	
4. Les points du segment doivent être équidistants des extrémités du segment.	"on ne comprend pas de quel segment il s'agit"
5. Les deux segments ne doivent pas être de même longueur	
6. Joindre les extrémités des deux segments'.	

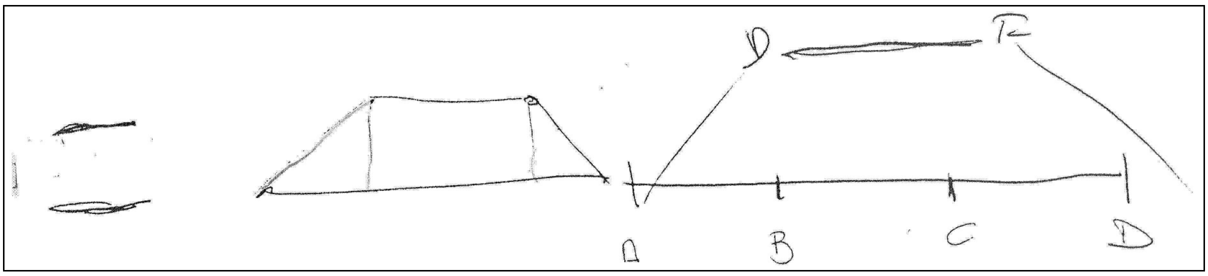


Le dessin du losange obtenu à partir des instructions ci-dessus.

Définition de la figure (à partir des instructions reçues) – "losange: parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires et inégales"
Définition de la figure (à partir des instructions données) – "losange: figure plane géométrique pouvant être considérée comme un cas particulier du parallélogramme dont les côtés opposés sont parallèles deux à deux, les angles intérieurs égaux deux à deux et les diagonales perpendiculaires ne sont pas de la même longueur."

Exemple 2: Construction d'un trapèze isocèle

Liste des instructions	*Commentaires de ceux qui donnent les instructions*	*Commentaires de ceux qui reçoivent les instructions*
1. Tracez un segment horizontal		
2. Coupez le segment horizontal en trois parties égales		
3. Nommez les quatre points obtenus sur le segment successivement A, B, C, D		"On ne nous a pas dit de commencer à gauche "
4. Tracez un segment parallèle à [BC]	"N'était-ce pas clair? J'ai omis d'écrire: tracez la perpendiculaire à la droite (AB) par le point B et la perpendiculaire à la droite (CD)par le point C"	"Je peux le tracer n'importe où mais je choisis de le tracer au dessus de [BC] et de la même longueur"
5. Nommez ce segment [EF]		
6. Joindre A et E		
7. Joindre D et F		



Le dessin du trapèze obtenu à partir des instructions ci-dessus.

Définition de la figure: La figure est un trapèze isocèle, c'est un quadrilatère dont les deux côtés parallèles sont de longueur différente et les deux autres côtés de même longueur. Les angles opposés intérieurs sont supplémentaires.