

ŠŤASTNÁ ČÍSLA

Marie Hofmannová a Jarmila Novotná*

ÚVOD

Následující vyučovací hodina je součástí projektu LOSSTT-IN-MATH pilotovaného v rámci kurzu CLIL (Content and Language Integrating Learning, tzn. výuka nejazykového předmětu v cizím jazyce) na Pedagogické fakultě Univerzity Karlovy v Praze (Novotná, Hofmannová, 2000). Tento dvousemestrový pregraduální kurz pro studenty učitelství je určen pro posluchače třetího ročníku. Jde o seminář s časovou dotací 90 minut týdně. Má formu dílny s mnoha různými aktivitami.

Kurz vedou dvě vyučující. Jedna z nich je odbornicí na didaktiku matematiky, druhá na didaktiku anglického jazyka. Seminář CLIL v průběhu pilotáže experimentů projektu LOSSTT-IN-MATH navštěvovalo patnáct studentů.

Kurz původně vznikl se záměrem vzdělávat budoucí učitele matematiky a anglického jazyka. Je veden v anglickém jazyce. Ovšem kurz nakonec navštěvují i budoucí učitelé jiných nematematických předmětů i jiných cizích jazyků než anglického. Tento fakt obohacuje kurz o vícejazyčnou perspektivu. V kurzu propojujeme didaktickou teorii s vyučovací praxí. Studenti zpočátku pozorují vyučovací hodiny, postupně se seznamují se slovní zásobou vlastní danému předmětu a se znalostmi a dovednostmi specifickými pro CLIL. Poté následuje simulace výuky formou vrstevnického vyučování za použití nejrůznějších materiálů a pomůcek (například učebnic, materiálů vyrobených vlastními silami). Na závěr kurzu probíhá vyučovací modul v reálných školních podmínkách.

Co se obsahu týče, kurz zahrnuje látku matematiky pro základní i střední školy. Vychází nejen z matematiky vyučované na českých státních školách, ale i z vybraných prvků dvojjazyčného experimentu, který probíhal na vybraných středních školách. Z hlediska jazyka je cílem metody CLIL umožnit žákům a studentům více kontaktů s cizím jazykem. CLIL poskytuje žákům všech věkových kategorií přirozené situace pro rozvoj jazyka, které jsou postaveny na jiných formách učení.

Pro účely pilotáže LOSSTT-IN-MATH byly vybrány takové vyučovací jednotky, které se nám jevily jako kompatibilní s obsahem našeho kurzu. Aktivita Šťastná čísla byla součástí sady úloh navržených Western Australian Mathematical Association a byla následně upravena pro zkoumání v matematice tak, aby kombinovala výuku matematiky a cizího jazyka.

*Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická Fakulta, Česka Republika.

Hlavní pilotáž

Marie Hofmannová a Jarmila Novotná

PŮVODNÍ TEXT

“Zvolte si číslo. Každou jeho číslici umocněte na druhou a získané druhé mocniny sečtěte. Tím vytvoříte druhé číslo posloupnosti. Umocněte na druhou číslice druhého čísla a sečtěte získané druhé mocniny. Tím vytvoříte třetí číslo posloupnosti. Stejně postupujte dál. Jestliže v posloupnosti získáte číslo 1, nazveme původní zvolené číslo šťastné. V opačném případě hovoříme o nešťastném čísle.”

1. Rozvíjené matematické oblasti

Aritmetika a použití algoritmů

2. Cíle

Pro vyučující na VŠ:

- usnadnění studentům učitelství přechod od teorie k praxi
- zajištění, aby studenti učitelství vytvořili přípravu hodiny postavenou na konkrétní úloze vybrané z učebnice matematiky
- poskytování pokynů a zpětné vazby

Pro studenty učitelství:

- zkoumání strategií řešení/učení
- vypracování přípravy na hodinu
- tvorba vlastních materiálů pro výuku
- simulace výukové jednotky formou vrstevnického vyučování
- výuka ve třídě

Pro žáky 2. stupně ZŠ a nižších gymnázií:

- setkání s výukou matematického obsahu v angličtině
- zlepšení řešení úloh díky objevení pravidelností
- procvičení sčítání a násobení přirozených čísel

3. Popis aktivity

Výukové aktivity byly rozvrženy do 5 etap, tedy do 5 týdnů. Etapy 1, 2, 3 a 5 proběhly v rámci semináře CLIL (45-ti minutové jednotky), etapa 4 na střední škole (45-ti minutová vyučovací hodina).

Etapa 1: Studenti učitelství

- Vyřeší úlohu a porovnají různé postupy řešení.
- Prodiskutují, jaké znalosti a dovednosti jsou potřeba pro různé postupy řešení (z pohledu žáka jak v matematice, tak v angličtině jako cizím jazyce).

- Domácí úkol pro etapu 2: studenti učitelství vypracují první verzi přípravy na hodinu (pro simulaci výukové jednotky).

Etapa 2: Studenti učitelství

- Odučí jednu část podle přípravy na hodinu (simulace výukové jednotky).
- Provedou analýzu této simulované výuky.
- Navrhnu změny a vyberou nejlepší nápady, které použijí v konečné verzi přípravy na hodinu.
- Domácí úkol pro etapu 3: skupinová práce – skupina 1 vypracuje konečnou verzi přípravy na hodinu, skupiny 2 a 3 připraví potřebné výukové materiály a pomůcky.

Etapa 3: Vedoucí semináře

- Zkontrolují a se studenty projdou konečnou verzi přípravy na hodinu, výukové materiály a pomůcky.
- Společně se studenty učitelství vyberou dva studenty, kteří hodinu odučí ve škole.

Etapa 4: Na střední škole

- Vybraní dva studenti odučí 45-ti minutovou vyučovací hodinu. Ostatní studenti učitelství a vedoucí semináře výuku pozorují, dělají se poznámky a pořizují videozáznam hodiny.

Po vyučovací hodině:

- Studentům je poskytnuta okamžitá zpětná vazba od žáků (zhruba 5 minut).
- Společně s ostatními studenty učitelství a vedoucími semináře diskutují o průběhu hodiny (zhruba 10 minut).

Etapa 5: Vedoucí semináře a studenti učitelství

- Sledují videozáznam.
- Vyjadřují se k vyučovacím experimentu.

Vedoucí semináře

- Zhodnotí studenty, kteří vyučovali. Pro toto hodnocení využijí materiály, které jsou používány pro hodnocení studentů učitelství na souvislé oborové praxi.

4. Zadání

a) Zadání pro studenty učitelství

- Jaké předchozí znalosti jsou potřeba pro řešení úlohy?
- Jaké různé situace mohou nastat, jestliže volíte různá vstupní čísla pro posloupnost? Kolik různých typů posloupností můžete získat?
- Hledejte způsoby, kterými můžete využít posloupnosti, které jste už vytvořili, pro dokončení dalších posloupností.
- Pokuste se znázornit graficky, jak spolu čísla souvisí.



- Můžete předpovědět, zda číslo bude šťastné/nešťastné?
- Jakou vlastnost mají čísla, která vytvoří posloupnosti, lišící se jen v prvním čísle?
- Vyzkoušejte situaci pro několik tří- a čtyřciferných čísel.
- V jakém poměru je počet šťastných a počet nešťastných čísel mezi čísly 1 až 50?
- Je šťastným číslem častěji liché nebo sudé číslo?
- Zkoumejte situaci, kdy místo druhých mocnin budete používat třetí mocniny čísel.
- Uvažujte zadanou matematickou úlohu z pohledu učitele.
- Diskutujte o první a třetí otázce. Jak nejlépe byste organizovali skupinovou práci?
- Co dalšího by měl podle vašeho názoru učitel říci?
- Jaký je poměr mezi prací žáků a učitele?
- Jaké je optimální časové rozvržení této aktivity? Uved'te proměnné.
- Uvažujte organizační stránku z pohledu žáka, tj. systematickost, poměr ústní/písemná práce, rozdělení úloh.
- Matematika vyučovaná v cizím jazyce: Přeložte písemně zadání.

b) Pro žáky 2. stupně ZŠ a nižších gymnázií (prezentace kontextu)

- Shromážděte čísla, která členové vaší rodiny a přátelé považují za šťastná, včetně důvodů, které pro to uvádějí.
- Výsledek našeho zkoumání ukazuje, že různí lidé považují za šťastná různá čísla. Číslo, které je šťastné pro jednoho, může být nešťastné pro jiného.
- To by se však v matematice nemělo stát. Proto definujme šťastné číslo takto:
- „Zvolte si číslo. Každou jeho číslici umocněte na druhou a získané druhé mocniny sečtěte. Tím vytvoříte druhé číslo posloupnosti. Umocněte na druhou číslice druhého čísla a sečtěte získané druhé mocniny. Tím vytvoříte třetí číslo posloupnosti. Stejně postupujte dál. Jestliže v posloupnosti získáte číslo 1, nazveme původní zvolené číslo šťastné. V opačném případě hovoříme o nešťastném čísle.“
- Najděte všechna šťastná čísla od 1 do 99.

5. Pilotáž

a) V univerzitním kurzu

A priori analýza textu

- Diskuse různých matematických řešení.
- Předpovídání metodologických problémů.

Příprava hodiny [*tato etapa byla zachycena na videokameru jednou z vedoucích kurzu*]

- Vedoucí kurzu a jeho účastníci v češtině diskutují, jak nejlépe připravit simulovanou výukovou jednotku. Rozdělí si role a vytvoří pracovní verzi přípravy na hodinu.
- Simulace výukové jednotky v angličtině: Dva studenti učitelství odučí jednu část navrhované přípravy na hodinu, ostatní hrají role žáků. Jedna z vyučujících kurzu dělá na tabuli poznámky, které slouží jako základ pro následnou diskusi.



Fotografie 1. Vrstevnické vyučování

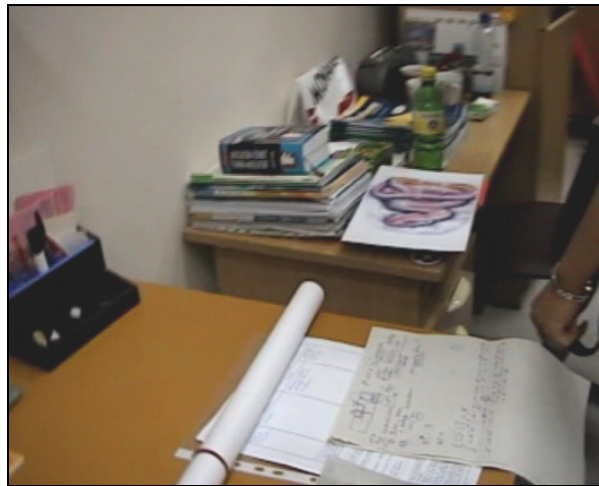
- Vedoucí kurzu a jeho účastníci na základě poznámek na tabuli anglicky analyzují simulaci výuky. Navrhují nápady na zlepšení pro výuku v reálné hodině matematiky. Cíle výukové hodiny jsou stanoveny pro oblast matematiky i anglického jazyka.
- Matematika – strategie řešení.
- Angličtina jako cizí jazyk – jazyk matematiky.
- Studenti učitelství se rozdělí do skupin a rozhodnou, kdo vypracuje konečnou verzi přípravy na hodinu a kdo připraví potřebné materiály (např. obrázky, slovníček pojmů). Proberou, jaké pomůcky budou potřeba.

b) Ve třídě

Kladno, nižší stupeň osmiletého gymnázia, volitelná hodina, 8 žáků, věk 15 let, učitelka matematiky, dvě studentky učitelství, 45 minut.

Výuka připravené hodiny [*jedna z vedoucích kurzu pořídila videozáznam této etapy*]

- Sborovna: Kontrola přípravy na hodinu, materiálů, pomůcek.



Fotografie 2. Ve sborovně

- Průběh výuky:
 - Úvod: Vyučující anglicky motivuje žáky: štěstí vs. smůla.
 - Vyučující využívá připravených šest obrázků: navozuje situaci, při níž žáci popisují obrázky a odpovídají na otázky učitele.



Fotografie 3. Použití obrázků

- Další návrhy od žáků, netýkají se již jen obrázků, vyučující píše na tabuli: šťastná/nešťastná čísla.
- Vyučující předkládá problém: Je její datum narození šťastné nebo nešťastné číslo?
- Porozumění mluvenému slovu v angličtině: Vyučující vypráví pohádku o království šťastných čísel.



Fotografie 4. Vyprávění

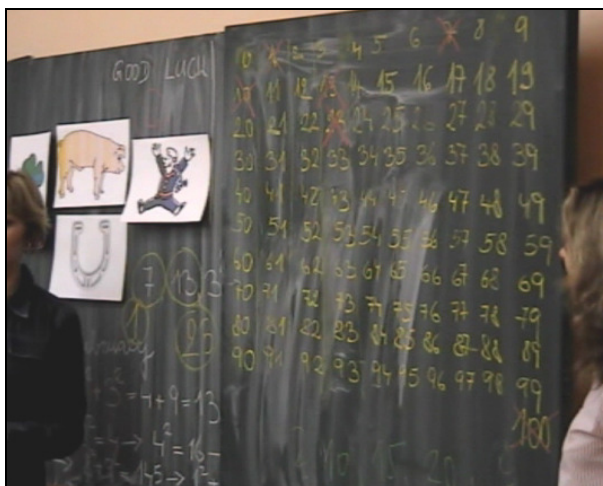
- Vyučující uvádí jednoduchou matematickou terminologii v angličtině.
- Představení postupu (viz fotografie 5)



Fotografie 5. Přecházíme do matematiky

(Příklad: $2 \rightarrow 4 \rightarrow 16 \rightarrow 37 \rightarrow 58 \rightarrow 89 \rightarrow 145 \rightarrow 42 \rightarrow 20 \rightarrow 4$)

- Řízené procvičování: Žáci a vyučující píšou na tabuli. (Podobný příklad: únor, tedy 2. měsíc, je to šťastné nebo nešťastné číslo?)
- Volné procvičování: Žáci samostatně počítají ve svých sešitech. Úloha: Jsou čísla z kroku tři (z motivační fáze) šťastná nebo nešťastná? Zpětná vazba: dva žáci píší na tabuli.
- Další procvičování: samostatná práce. Vyučující nastoluje následující problém: Je vaše datum narození šťastné nebo nešťastné číslo?
- Zopakování slovní zásoby v angličtině: měsíce. Další zkoumání spojené s matematickým tématem: Je měsíc narození žáků šťastné nebo nešťastné číslo? Vyučující získává zpětnou vazbu: Jednotliví žáci předstupují před třídu, píší na tabuli a informují třídu.
- Vyučující shrnuje se žáky výuku s použitím tabulky čísel na tabuli.



Fotografie 6. Tabulka pro shrnutí výsledků

- Vyučující ukončuje hodinu.

c) V semináři

A posteriori analýza – úvahy o vyučovací hodině [jedna z vedoucích kurzu pořídila videozáznam i této etapy]

Diskuse byla zahájena v angličtině a byla poměrně volná. V diskusi se objevily následující body:

- analýza vyučovací hodiny
- komentáře
- kritické připomínky
- návrhy alternativních postupů.

V průběhu diskuse došlo k spontánnímu přechodu do českého jazyka, protože všem zúčastněným připadalo jednodušší hovořit o svých pocitech z vyučovací hodiny v mateřském jazyce.

Závěrem bylo řečeno, že tento experiment byl velmi úspěšný. Nato v samém závěru navrhla jedna studentka, že stejné materiály a přípravu na hodinu použije při výuce v jiném cizím jazyce – španělštině – na jiné střední škole. Její výuka byla později také nahrána na video, v tomto případě jiným účastníkem tohoto semináře.

6. Poznámky závěrem

Porovnání obou pořázených videozáznamů pomohlo, aby si studenti učitelství uvědomili následující skutečnosti:

- Velkou roli při výuce hraje osobnost učitele, protože se může stát, že se vyučovací hodina vycházející ze stejné přípravy a materiálů díky různým výukovým stylům vyvine zcela odlišně.
- Týmové vyučování skýtá výhody nejen pro učitele, ale i žáky.
- Výuka vedená v cizím jazyce nepředstavovala pro žáky žádnou překážku.

DOPORUČENÁ LITERATURA

- Bastow, B. et al. 40 Mathematical Investigations. The Mathematical Association of Western Australia.
- Novotná, J., Kubínová, M. & Sýkora, V. (1998). Matematika s Betkou 3. Praha: Scientia.
- Novotná, J. (2000). Objevujeme v matematice. Pracovní dílna. In: Dva dny s didaktikou matematiky 2000. Praha: Univerzita Karlova v Praze – Pedagogická fakulta, p. 49-53.
- Novotná, J. & Hofmannová, M. (2000). CLIL and Mathematics Education. In: Rogerson, Alan. Mathematics for Living. The Mathematics Education Into the 21st Century Project. Amman, p. 226-230.
- Pavesi, M., Bertocchi, D., Hofmannová, M. & Kazianka, M., on behalf of TIE-CLIL project (2001). Insegnare in una lingua straniera. General editor: Langé, G. Milan.

Druhá pilotáž

Jaroslava Brincková, Pavel Klenovčan* a Iveta Dzúriková**

Aritmetica ed applicazione di algoritmi per alunni di 13 -14 anni

1. Rozvíjené matematické znalosti

Aritmetika a použití algoritmů pro věk 13 -14 let

2. Popis aktivity

“Zvolte si číslo. Každou jeho číslici umocněte na druhou a získané druhé mocniny sečtěte. Tím vytvoříte druhé číslo posloupnosti. Umocněte na druhou číslice druhého čísla a sečtěte získané druhé mocniny. Tím vytvoříte třetí číslo posloupnosti. Stejně postupujte dál. Jestliže v posloupnosti získáte číslo 1, nazveme původní zvolené číslo šťastné. V opačném případě hovoříme o nešťastném čísle. Rozlište pojem být šťastný a mít štěstí. Zkoumejte čísla v diskusním klubu s pomocí Internetu.”

3. Cíle

Pro vyučující na VŠ

- usnadnit studentům učitelství přechod od teorie k praxi
- poskytovat pokyny a zpětnou vazbu

Pro studenty učitelství

- Matematika: Řešení úloh, matematické postupy založené na zkoumání, zobecňování.
- Metodologie: Použití zkoumání v matematice, vypracování přípravy na hodinu, simulace výukové jednotky (peer teaching), výuka ve třídě.

* Pedagogická fakulta, Univerzita Mateja Bela, Banská Bystrica, Slovenská Republika.

** 8. ročné evanjelické gymnázium, Banská Bystrica, Slovenská Republika.

Pro žáky 2. stupně ZŠ a nižších gymnázií

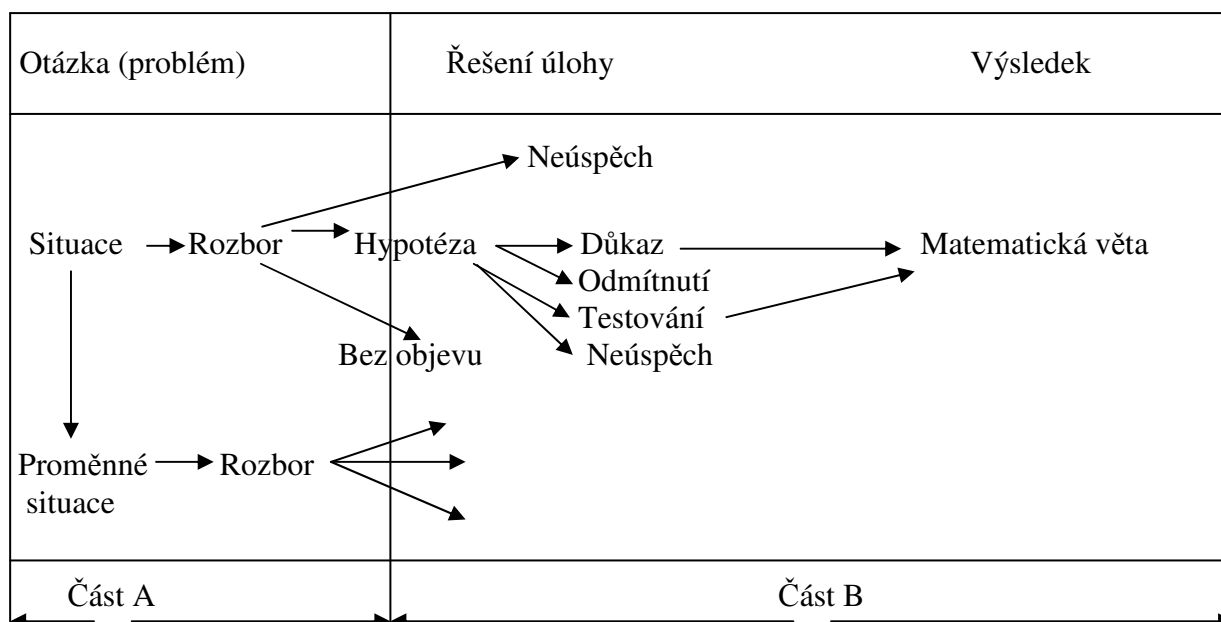
- Zkoumání čísel uspořádaných podle daného pravidla. Zefektivnění řešení úloh pomocí objevení pravidelností.
- Procvičení sčítání a násobení přirozených čísel.
- Zkoumání čísel v diskusním klubu s podporou Internetu [www.pdf.umb.sk/moodle course/view.php?d=132].

4. Zadání

Viz 5 v první pilotáži

V zadání pro studenty učitelství byly doplněny tyto úkoly:

- Vysvětlíte pořadí kroků při řešení úloh uvedené ve schématu na následující straně.
- Rozlište pojmy být šťastný a mít štěstí. Zkoumejte čísla v diskusním klubu s podporou Internetu: [www.pdf.umb.sk/moodle]



5. Pilotáž

a) V univerzitním kurzu

Univerzita Mateja Bela v Banské Bystrici, Pedagogická Fakulta, Kurz didaktiky matematiky, Matematiky vyučovaná v angličtině jako cizím jazyku.

19 studentů učitelství, věk 21 – 22 let, 3 vysokoškolští pedagogové, týmová výuka.

Rozvrh: Jedna vyučovací hodina 45 minut, 5 po sobě následujících týdnů.

A priori analýza textu

- Diskuse možných matematických řešení.
- Příprava hodiny [nahráno na video].



- Diskuse ve slovenštině [L1]: příprava simulované výuky. Přidělení rolí, příprava prvního návrhu plánu hodiny.
- Simulace výukové jednotky v angličtině [L2]: Hodinu s tématem Mé šťastné číslo realizoval učitel angličtiny na nižším gymnáziu osmiletého gymnázia. Studenti analyzovali video nahrávku; soustředili se hlavně na komunikaci o matematice vedenou v angličtině.
- 2 studenti učí, ostatní mají role žáků, jeden z vedoucích kurzu dělá na tabuli poznámky.
- Analýza simulované hodiny [L2] s využitím poznámek na tabuli. Komentáře a doporučení pro reálnou hodinu ve třídě apod. Stanovení dvojího cíle hodiny: Matematika – řešitelské strategie, angličtina jako cizí jazyk – komunikace v matematice.
- Příprava plánu hodiny – fáze [L2].

b) Ve třídě

Banská Bystrica, Evangelické osmileté gymnázium, nižší gymnázium, nepovinná hodina, 28 žáků ve věku 13 –14 let, třídní učitel, jeden z vedoucích kurzu na VŠ, 45 minut.

Výuka připravené hodiny [nahráno na video]

- Sborovna: Kontrola přípravy na hodinu, materiálů a pomůcek.
- Třída:
 - Úvod – Vyučující motivuje žáky [L2]: štěstí vs. smůla.
 - Vizuální pomůcky – šest obrázků: popis, vyučující se snaží získat odpovědi od žáků.
 - Další data od žáků. Netýkají se obrázků, vyučující píše na tabuli šťastná/nešťastná čísla.
 - Vyučující předkládá problém: je její datum narození šťastné nebo nešťastné číslo?
 - Porozumění mluvenému slovu: učitel vypráví pohádku o království šťastných čísel.
 - Vyučující zavádí jednoduchou matematickou terminologii [L2+L3].
 - Představení postupu
 - Řízené vyučování: žáci + vyučující na tabuli. Podobný příklad: únor, tj. 2. měsíc, šťastný nebo nešťastný?
 - Volné procvičování: Žáci – individuální písemná aktivita. Úloha: Jsou čísla získaná v kroku 3 šťastná nebo nešťastná? Zpětná vazba: 2 žáci na tabuli.
 - Další procvičování: individuálně. Úloha: Datum narození žáků – šťastné nebo nešťastné číslo?
 - Kontrola slovní zásoby [L2]: měsíce. Další zkoumání: Měsíce narození žáků – šťastné nebo nešťastné číslo? Zpětná vazba: jednotliví žáci na tabuli, informace pro třídu.



- Shrnutí: odhalení pravidla pomocí tabulky čísel napsané na tabuli.
- Být šťastný v angličtině má dvě vyjádření: „to be lucky“ a „to be happy“.
- Dobrovolná aktivita: Zkoumejte čísla v diskusním klubu s podporou Internetu: www.pdf.umb.sk/moodle/course/view.php?id=132
- Závěr hodiny.

c) V univerzitním kurzu

A posteriori analýza – úvahy o vyučovací hodině [nahráno na video]

Volná diskuse [L2]: analýza hodiny, komentáře, kritické poznámky, doporučení pro úpravy.

Volná diskuse [L1]: studenti učitelství vyjadřují své pocity z vyučovací hodiny.

DOPORUČENÁ LITERATURA

Brincková, J. (2002). 60 – alebo hry s čísly. In: Sborník příspěvků z mezinárodní konference na téma: “ $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$?”, část 1. FP TUL Liberec 2002, p. 15-18, ISBN 80-7083-580-X.

Kopka, J. (2004). Výskumný přístup v matematice. Ústí n. Labem: Acta Universitas Purkynianae.

Novotná, J., Kubínová, M. & Sýkora, V. (1998): Matematika s Betkou 3. Praha: Scientia.

Třetí pilotáž (Univerzita Parma, Itálie)

Lucia Doretti*

Aktivitu koordinovaly Daniela Medici a Maria Gabriella Rinaldi - Università di Parma, v rámci SSIS (instituce pro přípravu středoškolských učitelů v Itálii) během hodin věnovaných “Teorii didaktických situací”; byla jí věnována tři setkání:

První setkání (dvě hodiny): Prezentace problémové situace studentům učitelství a následná analýza úlohy a nalezení řešitelských strategií ve skupinách. Diskuse o návrzích. Úkol pro další setkání: individuální provedení a priori analýzy s ohledem na experimenty ve třídě.

Druhé setkání (jedna hodina): Diskuse o návrzích vycházejících z a priori analýzy a identifikace tříd pro experiment.

Třetí setkání (jedna hodina): představení experimentů a diskuse.

Poznámky a komentáře

Pro žáky ve třídě

* Dipartimento di Scienze Matematiche e Informatiche, Università di Siena, Itálie.

Byla to zkušenost, která jim umožnila podívat se na přirozená čísla jinak, jako na „objekty“ s vlastnostmi, které je třeba odhalit, a se zákonitostmi, které je třeba studovat. Aktivita, která byla zadána jako hra a výzva, umožnila žákům, aby do ní byli při práci v malých skupinách přímo zapojeni a kladli zajímavé návrhy pro „urychlení“ hledání šťastných čísel. To, že žáci vnímali situaci, je povzbudilo k hledání tří- a čtyřciferných šťastných čísel a vzbudilo jejich zvědavost získat pravidlo pro nalezení šťastných čísel, které podle jejich představ musí určitě existovat. Byli značně rozčarováni, když zjistili, že v matematice takové pravidlo známo není, zatímco oni očekávali, že jim ho vyučující v jistém okamžiku prozradí. Žáci byli vedeni k tomu, aby o aktivitě přemýšleli, což má význam hlavně v tom, že získali autonomně, v diskusích a výměnách poznatků, nové objevy a „smysluplné“ reakce na vlastnosti čísel, a to i v případě, že nemají k dispozici doporučený postup. Skoro všichni žáci, včetně těch, které lze označit za méně motivované, se do aktivity zapojili, i když někteří z nich byli na rozpacích, pokud se týká užitečnosti této práce, protože se „nenačili žádné nové pravidlo pro počítání“.

Pro studenty učitelství

Byla to možnost uvědomit si, že objevování více vlastností přirozených čísel není jen zajímavost, zábava a hra, ale také první krok k matematice jako hledání a objevování.

Studenti učitelství, kteří stáli před úkolem nalezení šťastných čísel, zažívali stejné zkušenosti jako jejich žáci: postaveni před nový úkol, potřebují zkoumat jeho matematické aspekty a hledat vhodné strategie. Zjistili, jak je tato etapa užitečná pro navržení a realizaci aktivity ve třídě.

Plánování práce ve třídě nejprve individuálně a pak ve společné diskusi umožnilo všem zúčastněným zapojit se do přípravy a významně pomohlo těm, kteří realizovali aktivitu ve třídě, jak se ukázalo v a posteriori analýze. Když vyprávěli, co se dělo ve třídě, experimentátoři zdůrazňovali důležitost a obtížnost spojené s první fází, v níž žáci měli porozumět a správně použít „definici“ šťastného čísla. Celkově považovali zkušenost za zajímavou příležitost pro „vyzkoušení, jak a-didaktická situace získává zájem žáků a stimuluje jejich zvědavost, a tím vytváří ve třídě podmínky nutné k rozvíjení zajímavé matematické aktivity“.

Pro vyučující na VŠ

Aktivita patří do oblasti „Teorie didaktických situací“; je příkladem a-didaktické situace. Vyučující na VŠ ji považovali za zajímavou. Zdá se, že díky spolupráci a kolektivní diskusi se zapojili úplně všichni, protože nikdo, ani vyučující na VŠ, neměl „návod“ nebo „řešení“. Padlo mnoho poznámek a vše probíhalo ve velmi konstruktivní atmosféře.

Závěrečné shrnutí

Marie Hofmannová a Jarmila Novotná

Jedním z hlavních problémů přípravy budoucích učitelů je stanovení rovnovážné polohy mezi jejich teoretickými a praktickými znalostmi a dovednostmi. Na toto téma probíhají neustále diskuse, jsou porovnávány různé modely a zkoumány jejich výsledky. Nalezení optimálního řešení je však prozatím stále v nedohlednu.

Studenti učitelství matematiky, kteří přicházejí na fakulty připravující učitele, prošli kurzy matematiky na základních a středních školách. Přinášejí si s sebou nejen různě rozsáhlé a různě hluboké znalosti pojmů a dovedností z matematiky, ale také zkušenost z toho, jak byli sami matematice vyučováni. Předchozí zkušenosti učitele mohou výrazně ovlivnit schopnost jeho vcítění se do poznávacích procesů žáka, který se setkává s novými, často pro něho překvapivými, pojmy, jejich vlastnostmi a vztahy.

Nové vzdělávací materiály kladou velký důraz na experimentování, záznam dat, pozorování, odhalování zákonitostí, zobecňování, testování hypotéz včetně jejich ověřování. Takové přístupy současně podporují individualizaci vyučovacího procesu a zohlednění různých učebních stylů žáků.

Navržená a pilotovaná aktivita *Mé šťastné číslo* je zaměřena na propojení vědomostí a dovedností budoucích učitelů matematiky s profesionálními dovednostmi tento předmět vyučovat. Jak je ukázáno v jednotlivých pilotážích, nabízí jak možnost navození situací, které mohou nastat ve třídě, tak příležitost, při níž studenti mohou zvažovat své postoje (k nimž dospěli více či méně vědomě) k matematice a způsobu, jak ji mají vyučovat.

Původním cílem navržené aktivity bylo rozvíjení schopnosti žáků experimentovat v matematice a využívat nalezené vlastnosti matematických objektů v dalším odhalování jejich vlastností. Tři pilotáže aktivity *Mé šťastné číslo* ukázaly aspoň některé z cest, jak lze základní matematickou situaci rozvinout pro různé cíle vyučování. Podívejme se, v čem se jednotlivé pilotáže lišily. To, co mají společného, je zřejmé již z popisu jednotlivých pilotáží a podle našeho názoru není třeba zacházet do dalších podrobností. Co je pro čtenáře jistě mnohem zajímavější, jdou rozdíly v nich.

V první pilotáži, kterou prováděly autorky návrhu, byla hlavní pozornost věnována možnosti uplatnit aktivitu v přípravě učitelů pro metodu CLIL, v tomto případě pro výuku matematiky v angličtině. Proto je výrazně posílen důraz na rozvíjení znalostí a dovedností žáků jak v samotné angličtině, tak i v matematické terminologii. Tomu je podřízena příprava aktivity v kurzu pro studenty učitelství i samotná realizace ve třídě. V jednotlivých složkách přípravy je podstatná snaha o vyváženost obou částí a o jejich vzájemné propojení.

Výsledky pilotáže a následné rozhovory se studenty, kteří se přípravy a realizace experimentu zúčastnili, potvrdily, že aktivita jim umožnila spojit vědomosti

a dovednosti z matematiky a anglického jazyka s profesionálními dovednostmi vyučovat matematiku a angličtinu jako cizí jazyk, ale hlavně vyučovat matematiku v cizím jazyce.

Druhá pilotáž vycházela výrazně z navrženého schématu realizovaného v první pilotáži. Obohatila ho o dva prvky: zamyšlení nad možnými průchody řešitelským procesem při řešení (nejen) matematických úloh a využití Internetu při objevování. I zde se ukázalo, že navržená aktivita je dobrým základem pro takové činnosti v přípravě učitelů i ve vyučování matematice ve třídě. Hlavně zapojení Internetu do objevování je pro řadu budoucích učitelů novou a zajímavou zkušeností, která je vede k dalšímu vzdělávání a hledání nových cest, jak motivovat žáky k aktivnímu přístupu k vlastnímu učení.

Vyučovací proces můžeme charakterizovat jako posloupnost situací (přirozených nebo didaktických), které vedou k modifikacím v chování žáků typickým pro získání nových znalostí.¹ Součástí vyučovacího procesu jsou tzv. a-didaktické situace, při nichž učitel předává žákům část zodpovědnosti za vyučovací proces, tedy část svých pravomocí. Žáci něco zjišťují a objevují sami, vytvářejí model a kontrolují jeho správnost a užitečnost, případně vytvářejí jiný model, který považují za vhodnější apod., bez přímých vnějších zásahů učitele. Jejich činnost je řízena pouze prostředím a jejich znalostmi, nikoli didaktickou činností učitele. Žák se stává zodpovědným za získání požadovaných výsledků. Úkolem učitele je jednak připravit takovou situaci, jednak institucionalizovat získané informace. Tyto znalosti jsou pak učitelem dále využívány a rozvíjeny. Třetí pilotáž ukázala využití aktivity nazvané *Mé šťastné číslo* v přípravě učitelů pro navrhování a rozvíjení a-didaktických situací. I zde byly dosažené výsledky výborné.

Shrneme-li zkušenosti z popsanych pilotáží, můžeme konstatovat, že objevování se všemi jeho složkami má v přípravě učitelů nezastupitelnou roli. A totéž lze říci i o zařazení objevování v práci s žáky. Naše zkušenosti potvrzují, že učitel, který se ve své přípravě aktivně seznámí se zařazováním objevování do vyučování, bude vstřícnější k jeho použití ve vlastním vyučování, nebude se obávat obtíží, na něž může při práci se žáky narazit, bude ochotnější akceptovat individuální rozdíly v přístupu žáků apod.

Navržená aktivita nebyla myšlena jako jediná, která může ve výše uvedeném smyslu pomoci. Je to ukázka typu vhodných aktivit a současně nástin toho, na co je vhodné se s budoucími učiteli zaměřit. Je třeba mít stále na paměti, že cílem podobných aktivit, úloh a výzev, jako je *Mé šťastné číslo*, není to, aby žák uspokojivě odpovídal na položené otázky, ale aby konfrontoval své znalosti a představy se svými vlastními novými objevy i s myšlenkami a výsledky dalších řešitelů. Jedním z nelehkých úkolů učitele je, aby odhaloval principy získávání poznatků a na jejich základě připravoval takové didaktické situace, kterými by převzetí zodpovědnosti za vlastní vzdělávání svým žákům umožnil.

¹ Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers.