

LYKKETAL

af Marie Hofmannová og Jarmila Novotná*

INTRODUKTION

Den følgende beskrivelse vedrører en del af et LOSSTT-IN-MATH projekt, som blev gennemført under et CLIL kursus (Content and Language Integrating Learning, dvs. undervisning i et ikke sprogligt emne på et fremmedsprog) ved fakultetet for undervisning ved Charles Universitetet i Prag (Novotná, Hofmannová, 2000). Dette to-semester forpraktik lærerundervisningskursus retter sig mod studerende på tredje år af deres studie. Det er et seminar, 90 minutter pr. uge, hvor mange aktiviteter gennemføres som workshop.

Kurset ledes af to lærere, den ene med speciale i matematikundervisning, den anden med speciale i metoder til engelskundervisning. Under LOSSTT-IN-MATH eksperimenterne deltog 15 CLIL studerende i forløbet.

Kurset blev oprindeligt udarbejdet for læreruddannelsen af fremtidige lærere i matematik og engelsk. Det gennemføres på engelsk. Uanset dette, deltager også studerende - fremtidige lærere i andre ikke sproglige fag og i fremmedsprog i kurset. Dette beriger kurset med hensyn til det multisproglige perspektiv. Kurset kombinerer uddannelsesteori og praktisk undervisning, og leder gradvist de studerende fra observation under lektionen til at beherske emnespecifikke gloser og CLIL specifikke kundskaber og færdigheder. Dette bliver efterfulgt af mikroundervisning af enkeltpersoner baseret på forskelligt materiale (dvs. lærebøger, studiefremstillede opgaver) og afsluttet af et undervisningsmodul i rigtige skoleomgivelser.

Matematikindholdet dækker matematik på grundskoleniveau og svarer både til matematik undervisning i det offentlige uddannelsessystem i Tjekkiet og nogle aspekter af et tosproget eksperiment, som bliver gennemført på nogle udvalgte sidste årgange af grundskolen. Set ud fra et sprogligt perspektiv, er målet med implementeringen af CLIL at udstyre eleverne med mere eksponering. Det CLIL tilbyder elever i alle aldre er en naturlig situation for sproglig udvikling baseret på andre former for læring.

Til gennemførelse af LOSSTT-IN-MATH forslagene valgte vi enheder, som syntes kompatible med indholdet af vores kursus. Øvelsen Lykketal var indeholdt i et sæt undersøgelsesøvelser foreslået af Western Australian Mathematical Association og senere tilpasset for at kombinere matematik- og fremmedsprogsundervisning.

* Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická Fakulta, Tjekkiet.

Hovedafprøvnig

af Marie Hofmannová og Jarmila Novotná

ORIGINAL TEKST

“Vælg et tal. Kvadrer hvert ciffer og læg kvadraterne sammen til et nyt tal. Kvadrer cifrene i det nye tal og læg kvadraterne sammen til et tredje tal. Fortsæt på denne måde for at få en rækkefølge. Hvis rækkefølgen bliver 1, kaldes det originale tal et lykketal. Hvis ikke, kaldes det et ulykketal.”

1. Udvikling af matematiske emner

Aritmetik og anvendelse af algoritmer

2. Mål

For lærere

- Vejlede lærerstuderende fra teori til praksis
- Få lærerstuderende til at udvikle en lektion baseret på et matematisk problem fra en matematiklærebog
- Give instruktion og feedback

For lærerstuderende

- Undersøge løsnings/lærings strategier
- Udvikle en lektionsplan
- Forberede eget undervisningsmateriale
- Enkeltundervisning
- Klasseundervisning

For elever

- Opleve matematikundervisning på engelsk
- Effektivisere problemløsning ved opdagelse af regelmæssigheder
- Praktisere addition og multiplikation af naturlige tal

3. Beskrivelse af øvelsen:

Øvelserne blev planlagt i 5 trin, dvs. over fem uger. Trin 1, 2, 3 og 5 blev gennemført under CLIL kurset (45 minutters lektioner), trin 4 i klassen på skolen (en 45 minutters lektion).

Trin 1: De lærerstuderende

- Løse problemet og sammenligne forskellige løsningsmodeller
- Diskutere de nødvendige forkundskaber og færdigheder for hver enkelt løsning (fra de studerendes synsvinkel både i matematik og engelsk som fremmedsprog)



- Hjemmearbejde under trin 2: De lærerstuderende forbereder et første udkast til en lektionsplan (for enkelt-/klasseundervisning).

Trin 2 De lærerstuderende

- Undervise i én fase af deres lektionsplan (klasse-/enkeltundervisning)
- Analysere undervisningen
- Foreslå ændringer og vælge de bedste ideer til det endelige forslag til lektionsplan
- Hjemmearbejde til trin 3: Gruppearbejde – gruppe 1 forbereder det endelige forslag til lektionsplan, gruppe 2 og 3 forbereder det nødvendige undervisningsmateriale og hjælpemidler.

Trin 3 Lærerne

- Vurdere og diskutere det endelige forslag til undervisningsplan og undervisningsmateriale med de lærerstuderende,
- I samarbejde med de lærerstuderende vælge 2 lærerstuderende, som skal gennemføre lektionen i klassen.

Trin 4 På grundskolen

- De to lærerstuderende underviser 45 minutters lektionen. De øvrige lærerstuderende og læreren observerer, tager notater og optager lektionen med video.

Efter klasseundervisningen:

- De lærerstuderende får straks feedback fra lærerne (ca. 5 minutter)
- Alle lærerstuderende og lærerne diskuterer undervisningen (ca. 10 minutter).

Trin 5 Lærerstuderende og lærere

- Ser videooptagelsen
- Vurderer undervisningsforløbet.

Lærerne

- vurderer og bedømmer de lærerstuderendes undervisningsforløb ved hjælp af student-lærer bedømmelsessystemet.

4. Opgaver

a) Opgaver for lærerstuderende

- Hvilke forkundskaber kræves for at løse opgaven?
- Undersøg forskellige startnumre. Hvilke forskellige trin ender sekvenserne med? Hvor mange forskellige trin er der?
- Undersøg måder, hvorpå én sekvens kan bruges til at fuldføre de andre
- Prøv at tegne et diagram, der viser hvordan numrene er beslægtede
- Kan du på forhånd forudsige om et nummer er et lykketal eller ikke?



- Hvilke numre danner sekvenser, som er ens udover det første nummer?
- Prøv nogle tre- og firecifrede numre.
- Hvilken del af tallene fra 1 til 50 er lykketal eller ikke?
- Er lykketal oftere lige end ulige?
- Undersøg addition af den tredje grad af cifrene i et tal?
- Vurder de foregående matematiske opgaver ud fra lærerens synsvinkel.
- Diskuter første og tredje del af forslaget: Hvor stor er den optimale gruppe lærerstuderende.
- Ville du udvide lærersamtalen? Hvordan?
- Hvad er forholdet mellem arbejdet for de lærerstuderende og læreren?
- Hvad er den optimale tidsplan for aktiviteten? Antal trin?
- Vurder opgaveplanlægningen set fra de lærerstuderendes synsvinkel dvs. systematik, forholdet mellem mundtlig/skriftlig arbejde, fordeling af roller.
- Matematik undervist på et fremmedsprog: Skriv en oversættelse af opgaven.

b) Opgaver for eleverne (præsentation af sammenhængen)

- Lav en liste med numre, som din familie eller venner af forskellige grunde betragter som lykketal.
- Resultatet af dine undersøgelser viser, at mennesker betragter forskellige numre som deres lykketal. Nogens lykketal kan være et ulykketal for andre. Dette kan imidlertid ikke være tilfældet indenfor matematikken. Lad os definere et lykketal på følgende måde:” Vælg et tal. Kvadrer hvert ciffer og læg kvadraterne sammen til et nyt tal. Kvadrer cifrene i det nye tal og læg kvadraterne sammen til et tredje tal. Fortsæt på denne måde for at få en rækkefølge. Hvis rækkefølgen bliver 1, kaldes det originale tal et lykketal. Hvis ikke, kaldes det et ulykketal.”
- Find alle lykketal mellem 1 og 99.

5. Forløb

a) Under kurset

En indledende analyse af teksten

- Diskussion af mulige matematiske løsninger
- Forventede metode problemer.

Forberedelse af lektionen [*dette trin blev videofilmnet af én af lærerne*]

- Lærerne og de studerende diskuterer på tjekkisk, hvordan man bedst forbereder mikro enkeltundervisning.
- De tildeler roller og forbereder det første udkast til lektionsplan.
- Enkeltundervisning på engelsk: Et trin af den foreslåede lektion undervises af to studerende



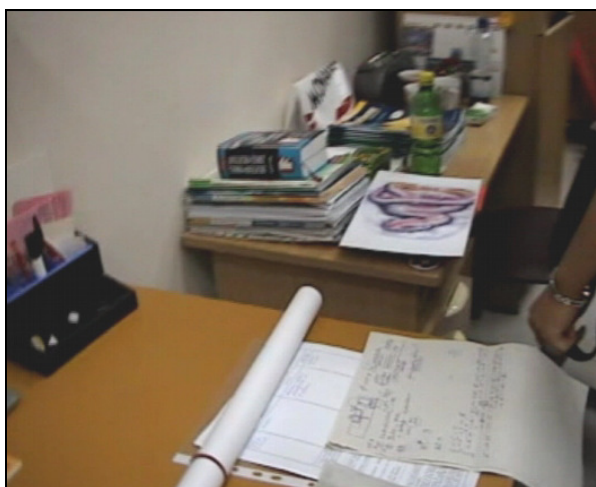
- Lærere og studerende analyserer forsøgene med undervisning på engelsk ud fra notaterne på tavlen. Kommentarer og forslag til klasseundervisningen fremsættes. Formålet med lektionen gælder både matematik og engelsk.
- Matematik – løsningsstrategier.
- Engelsk som fremmedsprog – matematik snak
- De studerende deles i grupper og beslutter hvem, der skal forberede det endelige udkast til lektionsplan, og hvem, der skal arbejde med at forberede undervisningsmaterialet (dvs. billeder, gloseliste) og de diskuterer de nødvendige hjælpemidler.

b) I klasseværelset

I byen Kladno, grundskole, valgfri lektion, 8 elever, 15 år gamle, klasselæreren, en af de studerende, 45 minutter.

Undervisning [*dette trin blev videofilmet af én af lærerne*]

- Lærerværelset: Check af lektionsplan, materialer, hjælpemidler.



- Klasseværelset:
 - Introduktion: Læreren motiverer eleverne på engelsk: held contra uheld

- Læreren præsenterer visuelt – seks billeder relateret til held kontra uheld: Eleverne bliver bedt om at beskrive det, læreren fremkalder svar fra eleverne



- Yderligere informationer fra eleverne, ikke relateret til billederne, lærerne skriver på tavlen: lykketal/ulykketal.
- Læreren præsenterer en opgave: Er hendes fødselsdag et lykketal eller et ulykketal?
- Lytter til en forståelig opgave: En af lærerne fortæller klassen en historie om et kongerige med lykketal.

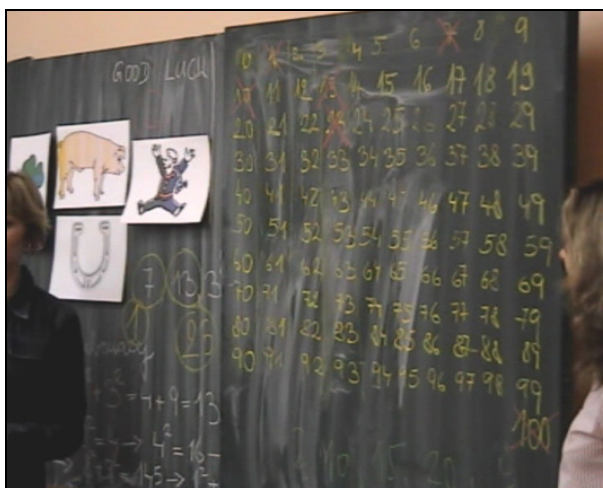


- Læreren introducerer et simpelt matematisk sprog på engelsk
- Introduktion af proceduren



(Eksempel: $2 \rightarrow 4 \rightarrow 16 \rightarrow 37 \rightarrow 58 \rightarrow 89 \rightarrow 145 \rightarrow 42 \rightarrow 20 \rightarrow 4$)

- Kontrolleret øvelse: Eleverne og læreren skriver på tavlen (Et lignende problem: Februar, dvs. den 2. måned, er det et lykketal eller et ulykketal?)
- Fri øvelse: Eleverne udfører en individuel pen og papir opgave. Problemet: Er de fremkaldte numre i trin 3 lykketal eller ulykketal? Feedback: To elever skriver på tavlen.
- Yderligere øvelse: individuelt arbejde. Læreren stiller følgende spørgsmål: Er din fødselsdag et lykketal eller et ulykketal?
- Repetition af ordforrådet på engelsk: måneder. Yderligere undersøgelse relateret til det matematiske emne: Er elevernes fødselsmåned et lykketal? Læreren beder om feedback: Enkelte elever kommer op foran, skriver på tavlen og rapporterer til klassen
- Læreren opsummerer overfor klassen ved hjælp af tallene på tavlen.



- Læreren afslutter lektionen.

c) Under kurset

Efteranalyse – vurdering af lektionen [*dette trin blev også videofilmet af læreren*]

Diskussionen blev gennemført på engelsk og var temmelig fri. De diskuterede emner var:

- lektionsanalyse
- kommentarer
- kritiske bemærkninger
- alternative forslag.

Under diskussionen skiftede klassen spontant til tjekkisk, fordi alle syntes det var nemmere at udtrykke deres følelser på deres modersmål.

Det blev konkluderet, at eksperimentet var en succes. Efterfølgende, som et sidste diskussionspunkt, besluttede én af de studerende at bruge det samme materiale og lektionsplan på en anden skole på et andet fremmedsprog – spansk. Hendes undervisningsforsøg blev også videofilmet, denne gang af én af de andre studerende.

6. Konkluderende bemærkninger

Ved at sammenligne forskellene mellem de to videooptagelser, kunne lærerne gøre de studerende opmærksomme på følgende fakta:

- Lærerens personlighed spiller en vigtig rolle, fordi en lektion baseret på den samme lektionsplan med samme undervisningsmateriale kan udvikle sig i forskellige retninger på grund af forskellige undervisningsstile.
- Gruppeundervisning er fordelagtigt for både lærere og elever.
- Instruktion på forskellige fremmedsprog udgjorde ikke nogen hindring for indlæringen.

LITTERATUR

Bastow, B. et al. 40 Mathematical Investigations. The Mathematical Association of Western Australia.

Novotná, J., Kubínová, M. & Sýkora, V. (1998): Matematika s Betkou 3. Praha: Scientia.

Novotná, J. (2000). Objevujeme v matematice. Pracovní dílna. In: Dva dny s didaktikou matematiky 2000. Praha: Univerzita Karlova v Praze – Pedagogická fakulta, p. 49-53.

Novotná, J. & Hofmannová, M. (2000). CLIL and Mathematics Education. In: Rogerson, Alan. Mathematics for Living. The Mathematics Education Into the 21st Century Project. Amman, p. 226-230.

Pavesi, M., Bertocchi, D., Hofmannová, M. & Kazianka, M., on behalf of TIE-CLIL project (2001). *Insegnare in una lingua straniera*. General editor: Langé, G. Milan.

Andet forløb

af Jaroslava Brincková, Iveta Dzúriková og Pavel Klenovčan*

1. Matematiske emner til udvikling

Aritmetik og anvendelse af algoritmer for elever i alderen 13-14 år.

2. Beskrivelse af øvelsen

Vælg et tal. Kvadrer hvert ciffer og læg kvadraterne sammen til et nyt tal. Kvadrer cifrene i det nye tal og læg kvadraterne sammen til et tredje tal. Fortsæt på denne måde for at få en rækkefølge. Hvis rækkefølgen bliver 1, kaldes det originale tal et lykketal. Hvis ikke, kaldes det et ulykketal. Skeln mellem opfattelsen af at være lykkelig og heldig. Undersøg tal ved hjælp af et debatforum på internettet.

3. Mål

For lærere

- Vejlede studerende fra teori til praksis
- Give instruktion og feedback

For lærerstuderende

- Matematik: Problemløsning, undersøge matematiske procedurer, generalisering
- Metodik: Anvende undersøgelsesmetodik indenfor matematik. Udvikling af lektionsplan, enkeltundervisning, klasseundervisning.

For elever

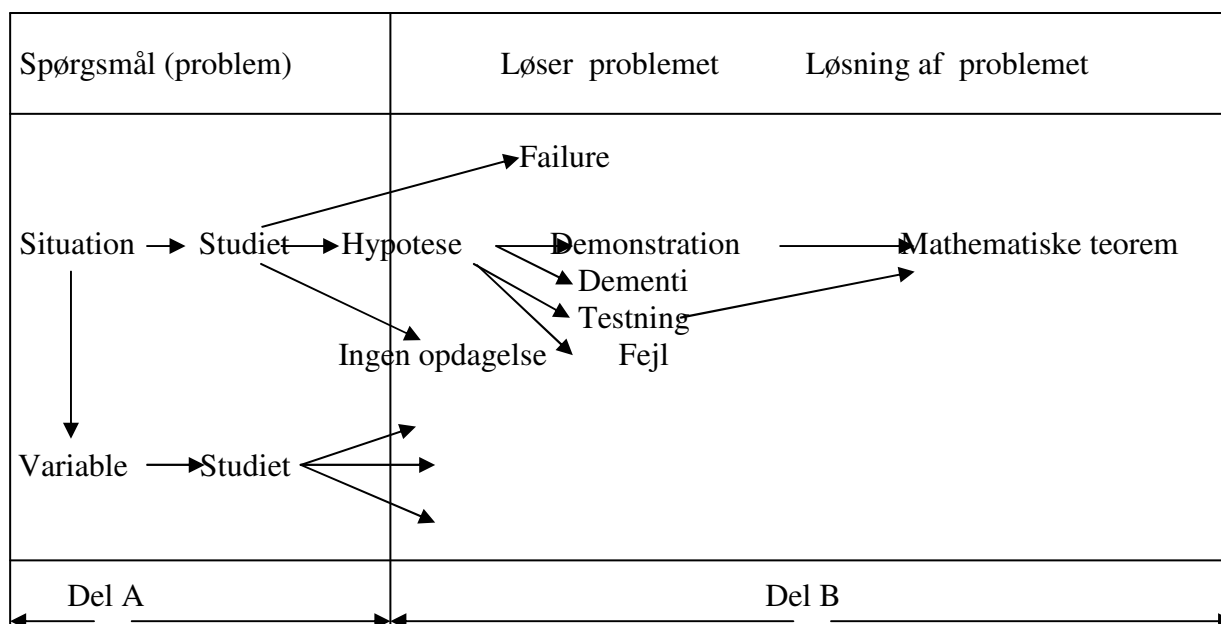
- Undersøge tal, som er opstillet ud fra bestemte regler. Gøre problemløsning mere effektiv ved at finde regelmæssigheder.
- Øve færdigheder i addition og multiplikation af naturlige tal.
- Undersøge tal ved hjælp af et debatforum på internettet.
<http://www.pdf.umb.sk/moodle/course/view.php?id=132>

4. Opgaver

Se punkt 5 i første forløb. I vejledningen for de studerende blev følgende opgave tilføjet

- Forklar rækkefølgen af trin i problemløsning i følgende skema:

* Univerzita Mateje Bela, Pedagogická fakulta, Banská Bystrica, Slovakiet.



- Skeln mellem at være lykkelig og at være glad. Undersøg tal ved hjælp af et debatforum på internettet: www.pdf.umb.sk/moodle

5. Forløb

Under kurset

Matej Bel University i Banská Bystrica, Fakultet for undervisning, Kursus i undervisningslære for matematik, Matematikundervisning på engelsk som fremmedsprog. 19 studerende, 21- 22 år gamle, 3 lærere, gruppeundervisning

Tidstabel: 45-minutter undervisningslektioner, 5 på hinanden følgende uger

Indledende analyse af teksten

- Diskussion om mulige matematiske løsninger
- Forberedelse af lektionen [videofilmet]
- Diskussion på slovakisk [L1]. Forberede mikro enkeltundervisning. Tildele roller, forberede første udkast til en lektionsplan
- Enkeltundervisning i grupper på engelsk [L2]. Læreren i engelsk på en 8-årig grundskole ønsker at gennemføre en lektion med emnet "Mit lykketal". De studerende har gennemset en videooptagelse med vægt på matematisk kommunikation på engelsk
- 2 studerende underviser, de øvrige spiller rollen som elever, én af lærerne tager notater på tavlen.
- Analyse af forsøgslektionen [L2] ved hjælp af notaterne på tavlen. Kommentarer og forslag til den virkelige klasseundervisning osv. Opsætning af det dobbelte formål med lektionen: Matematik – løsningsstrategier, engelsk som fremmedsprog – matematisk sprog
- Forberedelse af lektionsplanen - trin [L2]



b) I klasseværelset

I byen Banská Bystrica, Evangelisk 8 årig grundskole, valgfri lektion, 28 elever, 13 – 14 år gamle, klasselæreren, én af seminarielærerne, 45 minutter.

Undervisning [videoptaget]

- Lærerværelset: Check af lektionsplanen, materialer, hjælpemidler.
- Klasseværelset:
 - Indledning – Læreren motiverer eleverne [L2]. Held contra uheld
 - Visualisering – seks billeder: beskrivelse, læreren fremkalder svar fra eleverne.
 - Yderligere informationer fra eleverne uden relation til billederne, Læreren fra B/B: lykketal / ulykketal
 - Læreren præsenterer problemet. Er hendes fødselsdato et lykketal?
 - Lytter forstående: Læreren fortæller en historie om et kongerige – lykketal.
 - Læreren introducerer et simpelt matematisk sprog. [L2+L3].
 - Introduktion af proceduren
 - Kontrolleret øvelse: elever + lærer fra B/B. Et lignende problem: Februar, dvs. 2. måned, et lykketal eller ikke?
 - Fri øvelse. Elever – individuel pen og papir aktivitet. Problem: Er de fremkaldte tal i trin 3 lykketal?. Feedback: 2 elever fra B/B.
 - Yderligere øvelse: individuelt arbejde. Problem: Elevens fødselsdato – er det et lykketal?
 - Revision af gloselsten: måned [L2]: Yderligere undersøgelse: elevens fødselsmåned – er det et lykketal? Feedback: enkelte elever rapporterer til klassen
 - Opsummering: finde regler ved hjælp af elevernes tal
 - At være lykkelig – betyder det – at være glad?
 - Anvend alle dele fra et Tangram fra billedet og sæt dem på den farvede plade. Skriv så P.F. 2005 som julehilsen på engelsk.
 - Valgfri opgave. Undersøg tal ved hjælp af et debatforum på internettet: www.pdf.umb.sk/moodle/course/view.php?id=132
 - Konklusion af lektionen.

c) Under kurset

Efterfølgende analyse – vurdering af lektionen [videofilmet]

Fri diskussion [L2]: lektions analyse, kommentarer, kritiske bemærkninger, forslag til alternativer.

Fri diskussion[L1]: seminarielærerne udtrykker deres opfattelse af lektionen.



LITTERATUR

- Brincková, J (2002). 60 – alebo hry s čísly. In: Sborník příspěvků z mezinárodní konference na téma: „ $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$?“, část 1. FP TUL Liberec 2002, s.15- 18, ISBN 80-7083-580 –X.
- Kopka, J. (2004). Výskumný přístup v matematice. Ústí n. Labem: Acta Universitas Purkynianae.
- Novotná, J., Kubínová, M. & Sýkora, V. (1998). Matematika s Betkou 3. Praha: Scientia.

Tredje forløb (på Universitetet i Parma, Italien)

af Lucia Doretti*

Øvelsen blev koordineret af Daniela Medici og Maria Gabriella Rinalde fra universitetet i Parma, indenfor SSIS (Specialisation School for Secondary Teaching) under klasser tilegnet "Teorien om didaktiske situationer" og udviklet i løbet af tre møder:

Første møde (to timer): Præsentation af problemsituationen for de lærerstuderende og efterfølgende arbejde i grupper med analyse af problemet og identifikation af løsningsstrategier. Diskussion af forslag. Opfordring til næste møde om individuel arbejde med en foranalyse med henblik på klasseeksperimenter.

Andet møde (en time): Diskussion om forslag, der er udsprunget af en foranalyse og identifikation af klasser til eksperimentet.

Tredje møde (en time): Præsentation af eksperimenter og diskussion

Noter og kommentarer

For eleverne i klasserne

Det var en oplevelse, som fik dem til at kigge på de naturlige tal med andre øjne, det vil sige som "objekter" med egenskaber, som skal findes, og regelmæssigheder, der skal studeres. Øvelsen, foreslået som et spil og en udfordring, gav eleverne, som arbejdede i små grupper, mulighed for at blive direkte engagerede og rejste interessante kommentarer til at "accelerere" søgningen efter lykketal. Opmærksomheden på problemsituationen stimulerede eleverne til at lede efter lykketal med tre eller flere figurer og gjorde dem nysgerrige efter at finde en metode til at finde lykketal, som de nødvendigvis mente skulle eksistere. Det var helt skuffende for dem at finde ud af, at en sådan regel ikke kendtes indenfor matematikken, selvom de forventede, at lærerne på én eller anden måde kunne afsløre den. Eleverne blev ledt til at vurdere øvelsen. Værdien ligger nøjagtigt i det faktum, at de blev autonome via diskussion og udveksling, som førte til nye opdagelser og "meningsfulde" overvejelser om tallenes egenskaber, selvom de ikke havde en

* Dipartimento di Scienze Matematiche e Informatiche, Università di Siena, Italien.

tilrettelagt retning at gå efter. Næsten alle elever inklusiv dem, som generelt var mindre motiverede, deltog i øvelsen, selvom nogle stadig var usikre på arbejdets anvendelighed, da de "ikke havde lært nogen ny regneregler".

For lærerstuderende

Det var en chance til at reflektere over det faktum, at udforskning af de naturlige tals forskellige egenskaber ikke kun kan være kuriøst og sjovt, men også kan være det første trin mod udforskning og opdagelse af matematikken.

Lærerstuderende, som stod over for problemet med at lede efter lykketal, gennemgik den samme oplevelse som deres elever: Stillet foran et nyt problem, skulle de udforske dets matematiske aspekter og lede efter anvendelige strategier. De oplevede, hvor brugbar denne fase er til at designe og lede øvelsen i klassen.

Planlægning af klasseundervisningen, først individuelt og dernæst via en kollektiv diskussion, fik alle studerende til at føle sig involverede, og hjalp dem, som materielt styrede implementeringen af undervisningseksperimentet. Dette blev senere bekræftet under efteranalysen. Ved at fortælle, hvad der skete i klasseværelset, påpegede de eksperimenterende studerende vigtigheden af og vanskelighederne med at styre den første fase, hvor eleverne skulle forstå og korrekt anvende "definitionen" af lykketal. Generelt betragtede de oplevelsen som en interessant mulighed for at "opleve, hvordan en didaktisk situation fanger elevernes opmærksomhed og stimulerer deres nysgerrighed og således skaber de betingelser i klassen, som er nødvendige for at udvikle en interessant matematisk øvelse".

For seminarilærere

Øvelsen falder ind under kategorien "Teori vedr. didaktiske situationer", som et eksempel på en a-didaktisk situation, og blev betragtet som interessant af de lærerstuderende. Alle så ud til, på grund af det fælles arbejde og de kollektive diskussioner, at være engagerede, eftersom ingen, inklusiv lærerne, havde en "recept" eller "løsning" at nå frem til. Der blev givet mange kommentarer og arbejdet blev gennemført i en meget "konstruktiv" atmosfære.

Konklusion

af Marie Hofmannová og Jarmila Novotná

Ét af nøglebegreberne i læreruddannelsen er at finde og bevare optimal balance mellem teori og praksis dvs. mellem de fremtidige læreres kundskaber på den ene side og deres praktiske professionelle færdigheder på den anden. Igennem årene har der været mange diskussioner om dette problem, en række forskellige uddannelsesmodeller er blevet sammenlignet og stillet overfor hinanden, og deres resultater er blevet analyseret og evalueret. Den ideelle løsning er man imidlertid endnu ikke blevet enige om eller har fundet.

Alle lærerstuderende, som bliver optaget på uddannelsesfakulteter eller andre læreruddannelsesinstitutioner, har fået matematikundervisning på for- og grundskoler. De har ikke alene fået en mere eller mindre ekstensiv og dyb opmærksomhed vedrørende begreber og matematiske kompetencer, men også en meget personlig oplevelse af at blive undervist. Lærerens tidligere oplevelser kan have en betydende indflydelse på hans/hendes empatiske evner med hensyn til de kognitive processer, som eleverne ofte står over for, at de skal behandle nye og ofte overraskende begreber, deres egenskaber og relationer.

Nye undervisningsmaterialer lægger vægt på eksperimenter, dataindsamling, observation, opdagelse af regler, generalisering og afprøvning af hypoteser. Ved at tage hensyn til de forskellige læringsstile, fremmer sådanne undervisningsstrategier også individuelle tilgange til uddannelsesprocessen.

Den foreslåede og gennemførte øvelse kaldet *Mit lykketal* har som mål, at fremtidige matematiklærere skal forsøge at knytte deres matematiske kundskaber og færdigheder sammen med deres professionelle evner til at undervise i emnet. Som vist i de tre forløb for lærerstuderende giver den både mulighed for at simulere situationer, som kan optræde i en klasse, og en fair chance for at reflektere over deres attituder (bevist eller ikke bevist) for matematik og måden det skal undervises på.

Det oprindelige mål med øvelsen var at udvikle elevernes evne til at udforske matematik og anvende de fundne matematiske objekters egenskaber til yderligere udforskning. Tre forløb med øvelsen kaldet "Mit lykketal" har vist i det mindste nogle af vejene til udvikling af simple matematiske situationer med forskellige undervisningsmål. Lad os nu kigge på hovedforskellene på de tre forløb. De fælles egenskaber er blevet synlige gennem beskrivelsen af de enkelte forløb, og vi mener derfor ikke det er nødvendigt at gå nærmere i detaljer med disse. Det vil imidlertid være mere interessant for læserne at høre om forskellene.

I det første forløb, som blev gennemført af forslagsstillerne, blev der rettet særlig opmærksomhed mod muligheden af at implementere øvelsen i kurset for uddannelse af lærere i "Content and Language Integrated Learning" (CLIL), dvs. undervisning i matematik på engelsk som fremmedsprog. Det er grunden til, at der er lagt stor vægt på udvikling af elevernes kundskaber og færdigheder både i engelsk sprog og matematisk terminologi. Forberedelsestrinet i læreruddannelseskurset og også den rigtige klasseundervisning reflekterer dette behov. Individuel forberedelse hjælper til at finde en balance mellem de to hovedmål og skabe meningsfyldte forbindelser. Resultaterne af øvelserne i grundskolen og de opfølgende diskussioner med de studerende, som deltog i alle trin, bekræfter, at øvelsen gjorde det muligt for dem at relatere både kundskaberne i engelsk og matematik (som de studerer på universitetet) med professionelle undervisningsfærdigheder, som er nødvendige for undervisning i matematik og engelsk, men hovedsagelig for matematik undervist på engelsk.

Det andet forløb blev inspireret af det oprindeligt designede forløb, som blev implementeret i det første forløb, og anvendte dette i betydelig grad samtidig med, at det blev beriget med to nye ideer: Vurdering af mulige skæringspunkter i løsningsproceduren samtidig med behandling af (ikke kun) matematiske problemer,

og anvendelse af internettet til matematisk udforskning. Den foreslåede øvelse viste sig at være et godt eksempel både i læreruddannelsen og i skolernes matematikundervisning. Især internet anvendelserne synes at være en ny og interessant oplevelse for et antal fremtidige lærere, som leder efter ny veje for deres professionelle udvikling. Yderligere kan det blive et stærkt redskab til at motivere eleverne til en aktiv tilgang til læring.

Undervisnings-/læringsprocessen kan karakteriseres som en sekvens af situationer (naturlige eller didaktiske), som resulterer i ændringer i eleverne opførsel, ændringer som er typiske for opnåelse af nye kundskaber¹. Speciel for disse processer er de såkaldte a-didaktiske situationer, hvor læreren tildeler noget af ansvaret for læringsprocessen til sine elever. For lærerens del betyder det i virkeligheden delegering af magt, for eleven betyder det at opnå kontrol. Eleverne foretager selv, uden lærernes direkte intervention, udforskning og opdagelse, de opretter en model og undersøger dens rigtighed og anvendelighed, eller de laver en anden model, som de mener er mere anvendelig etc. Deres øvelse bliver kun styret af læringsomgivelserne og deres kundskaber, ikke af lærerens didaktiske udfoldelse. Hver elev bliver selv ansvarlig for at nå frem til de krævede resultater. Lærerens opgave er at lette sådanne situationer og institutionalisere elevernes opnåede informationer. Kundskaberne bliver yderligere udnyttet og udviklet med lærerens hjælp. Det tredje forløb viste hvordan man kan anvende øvelsen *Mit lykketal* til at forberede fremtidige lærere på at designe a-didaktiske situationer og udvikle disse. Selv her var resultaterne strålende.

Ved at sammenfatte erfaringerne fra de ovenfor beskrevne forløb, kan vi erklære, at opdagelsesstrategier med alle deres delkomponenter spiller en meget vigtig rolle i læreruddannelsen. Det samme gælder for anvendelse af opdagelsesstrategierne på skoleelever. Vores erfaringer bekræfter, at de studerende, som bliver fortrolige med sådanne strategier under deres studier, vil være mere åbne og tilbøjelige til at anvende dem senere i deres egen undervisning. Endvidere vil de ikke være bange for de vanskeligheder, de kan møde, når de arbejder med elever, de vil være mere åbne for at acceptere individuelle læringsstile etc.

Det foreslåede forløb kan på ingen måde betragtes som værende den eneste måde, der kan anvendes i det overfor beskrevne forløb. Det er kun et eksempel på en bestemt type af anvendelige procedurer og samtidig en udfordrende retning indenfor læreruddannelsen. Det er nødvendigt altid at huske, at hovedmålet med sådanne øvelser, opgaver eller arbejde som f.eks. *Mit lykketal*, ikke er at fremkalde tilfredsstillende svar på lærerens spørgsmål, men at hjælpe eleverne med at sammenligne deres kundskaber og ideer med deres egne nye opdagelser, og også med andres ideer og resultater. Lærerens opgave er ikke nem. De skal afdække principper for opnåelse af kundskaber ved at forberede didaktiske situationer, som gør eleverne i stand til at acceptere ansvarlighed for deres egen læring.

¹ Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. [Edited and translated by N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland, V. Warfield.] Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers.