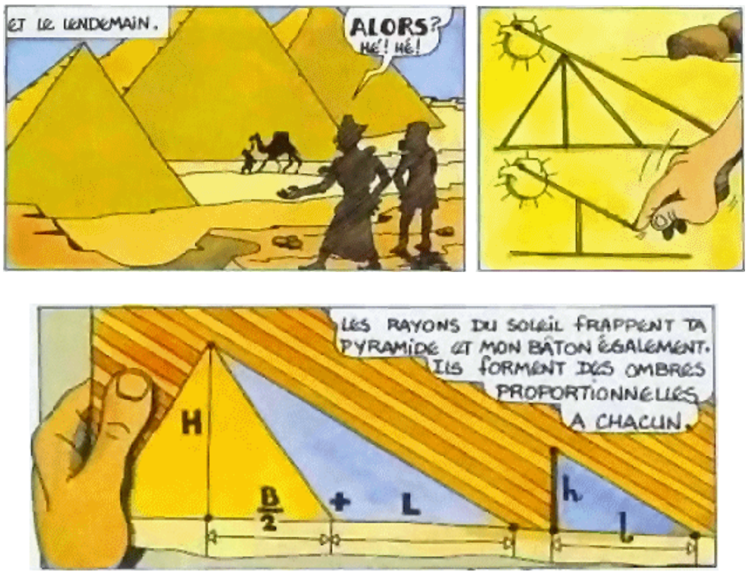
INTRODUCTION A LA PROPORTIONNALITE EN GEOMETRIE

par Yves Alvez, Jean-François Chesné et Marie-Hélène Le Yaouanq*

INTRODUCTION

Ce thème associe trois aspects essentiels de l'enseignement des mathématiques au collège. Le premier se définit en terme de contenu mathématique: il s'agit de la proportionnalité, qui constitue un des axes importants du savoir des élèves. Le deuxième s'inscrit dans une approche didactique: il s'agit d'associer un cadre géométrique et un contexte numérique. Le troisième relève des moyens utilisés et concerne l'intégration des nouvelles technologies. La combinaison de ces trois aspects s'intègre dans le dispositif général de formation et accompagne le travail de formation des pratiques de classe avec les stagiaires.

Cette action a été tout d'abord pilotée par les deux partenaires suivant – l'IUFM de Créteil, Centre pour l'Enseignement dans le Secondaire, en France, et le Skårup Seminarium au Danemark – l'expérimentation extérieure a été pilotée par l'Université de Bari dans deux classes de cinquième de collège (élèves âgés de 12-13 ans).



La célèbre légende qui raconte la mesure de la hauteur de la Pyramide égyptienne[1]

* Institut Universitaire de Formation des Maîtres – IUFM de Créteil, France.

[1] Source: http://irem.univ-poitiers.fr/irem/ressource/histoire_math_college/4ieme/thales/doc_peda/doc_peda.htm

Le pilotage principal

par Yves Alvez, Jean-François Chesné et Marie-Hélène Le Yaouanq

PRESENTATION DE L'ACTION DE FORMATION A L'IUFM DE CRETEIL

Cette action est une expérience menée pour la première fois au sein de l'IUFM. Dans l'ensemble des actions de formation offertes aux professeurs stagiaires de mathématiques en formation initiale, nous avons choisi pour le projet LOSSTT IN MATHS l'introduction à la proportionnalité en géométrie. Cette action manifeste à la fois la volonté des formateurs de mettre en place une formation qui associe plusieurs modules et la prise en compte d'une exploitation future de son déroulement, pour le projet LOSSTT IN MATHS bien entendu, mais aussi comme outil de formation à l'intérieur même de l'IUFM.

Selon les années, la formation à l'IUFM de Créteil concerne entre 50 et 80 professeurs stagiaires de mathématiques pour le collège et le lycée (PLC2). Elle comporte un module de pratiques de la classe de mathématiques de 51 heures (module A). Ce module a pour objectifs d'accompagner, en liaison avec le conseiller pédagogique tuteur, le professeur stagiaire dans sa découverte du métier d'enseignant et de favoriser la construction de sa pratique professionnelle en lui fournissant des outils et des éléments de réflexion pédagogiques et didactiques: programmes officiels, élaboration de progressions, préparation de séquences et de séances, évaluations, prise en compte de la diversité des élèves, contenus mathématiques, travaux spécifiques en algèbre ou en géométrie.

Elle comporte aussi un module de géométrie dont l'objectif est de consolider le socle des acquis des professeurs stagiaires, socle à partir duquel ils pourront élaborer, maîtriser et gérer des activités élèves, sur papier et/ou sur écran. Les trois premières séances sont consacrées à la prise en main de logiciels de géométrie dynamique (Geoplan-Geospace, Cabri); chaque professeur stagiaire a ainsi l'occasion de construire des figures, de les faire évoluer de façon dynamique, et d'exploiter les fonctionnalités spécifiques des logiciels (transformations, recherche de lieux, vérification de propriétés, étude de fonctions à partir d'une situation géométrique, etc.). Les deux séances suivantes permettent de revenir, sous la forme de travaux dirigés, sur des configurations fondamentales de la géométrie élémentaire, et de dégager des pistes pour la conception et la mise en place d'activités de géométrie en classe. Les deux dernières séances, optionnelles, peuvent fournir des occasions de découvrir (ou de redécouvrir) de façon élémentaire trois transformations géométriques: la perspective, la similitude et l'inversion.

Comme dans toute action de formation, la description et la réflexion qui l'accompagnent seront faites avec une double approche chronologique: celle des formateurs en direction des stagiaires, puis celle des formateurs s'intéressant aux pratiques des stagiaires et à leurs effets en direction des élèves.

Nous spécifierons donc nos objectifs et nos attentes préalables vis-à-vis des stagiaires, puis nous présenterons l'action de formation telle qu'elle a été menée cette année, c'est à dire son déroulement du début à la fin. Nous ferons ensuite une analyse a posteriori, toujours à un double niveau, celui de la séance menée en classe par un stagiaire et celui plus global de l'action dans son ensemble. Enfin, nous formulerons quelques perspectives qui s'offrent à nous, comme formateurs à l'IUFM de Créteil et membres du projet LOSSTT IN MATH.

ANALYSE A PRIORI

Les modalités de l'action de formation sont élaborées dans le souci d'effectuer un travail sur les pratiques et non pas seulement d'avoir un discours sur les pratiques et avec la volonté d'intervenir à la fois sur les composantes cognitives et médiatives du métier d'enseignant

Plus précisément, nos objectifs dans cette action sont:

- Rendre disponible auprès des stagiaires les technologies informatiques comme outils pour l'apprentissage, en particulier leur faire prendre conscience de l'intérêt d'un logiciel de géométrie dynamique comme outil privilégié pour une conjecture et pour la découverte de l'universalité d'une propriété.
- Faire travailler les stagiaires sur la conception d'une fiche élève dont les consignes ne se résument pas à des aspects techniques de manipulation du logiciel.
- Faire travailler individuellement les stagiaires sur un réel scénario, détaillé: qu'est-ce qui est à la charge des élèves, qu'est-ce qui est à la charge du professeur, quel découpage de la séance, quelles difficultés prévisibles? Quand faire des phases de synthèse, quelle institutionnalisation? (c'est à dire les résultats et les propriétés dont les élèves doivent acquérir les connaissances conformément au curriculum)?
- Faire réfléchir les stagiaires collectivement sur leurs propositions personnelles afin de les amener à justifier leurs choix.
- Faire mettre effectivement en oeuvre par les stagiaires une séance travaillée collectivement afin de leur faire constater que c'est possible, que "ça marche", de leur donner confiance en eux et de les inciter à renouveler cette initiative (et d'autres situations novatrices).
- Etudier dans quelle mesure un professeur débutant peut s'approprier l'outil informatique pour favoriser certains apprentissages des élèves et comparer avec les activités potentielles des élèves lors d'une activité papier/crayon.
- Développer un usage pertinent de l'informatique dans l'enseignement secondaire conformément aux curricula.

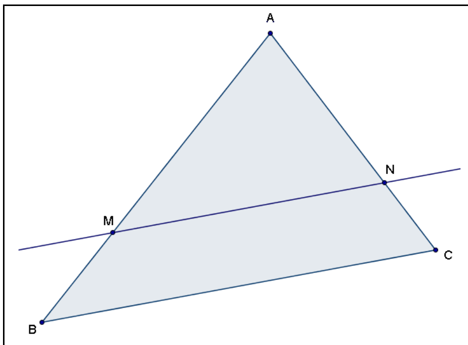
DEROULEMENT

L'action de formation se déroule en quatre phases:

- Pendant un module informatique (appropriation de logiciels et consignes)
- Pendant un module A (travail sur les scénarios)
- Dans une mise en oeuvre effective (séances en classe)
- A nouveau dans un module A (synthèse des expériences)

1ère phase

A la fin du premier module informatique uniquement consacré à la prise en main de logiciels de géométrie dynamique, les formateurs demandent aux stagiaires de préparer une activité pour des élèves de 4ème destinée à introduire la proportionnalité en géométrie. Cette préparation se fait en dehors des modules de formation et consiste à produire un scenario et une fiche élève. Les stagiaires peuvent choisir entre deux thèmes – introduction du cosinus ou introduction du 'théorème de Thalès' – et deux logiciels – Cabri ou Geoplan-Geospace. Les travaux sont à envoyer aux formateurs du module A (pratiques de classe). Le module informatique est encadré par deux formateurs pour un groupe d'une quinzaine de stagiaires, le module A est quant à lui assuré par deux formateurs pour un groupe variant entre 20 et 25 stagiaires.



$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

Le théorème de Thalès

En France, pour les élèves de 4ème selon le programme officiel en vigueur en 2004-2005[2]:

Contenus	Compétences	Exemples d'activités, Commentaires
Triangles déterminés par deux parallèles coupant deux sécantes (voir Image).	Connaître et utiliser la proportionnalité des longueurs pour les côtés des deux triangles déterminés par deux parallèles coupant deux	L'égalité des trois rapports sera admise après d'éventuelles études dans des cas particuliers. Elle s'étend bien sûr au cas où M et N appartiennent respectivement aux demi-droites

[2] Dans le nouveau programme de quatrième (en vigueur à partir de septembre 2007), les termes utilisés pour définir les contenus et les compétences sont identiques. En revanche les commentaires correspondants sont remplacés par: **«L'égalité des trois rapports est admise après avoir été étudiée dans des cas particuliers de rapport.** *Elle s'étend au cas où M et N sont respectivement sur les demi-droites [AB) et [AC). Le cas où les points M et B sont de part et d'autre de A n'est pas étudié. Le théorème de Thalès dans toute sa généralité et sa réciproque seront étudiés en classe de troisième.*»

	sécantes. Dans un triangle ABC, où M est un point du côté [AB][3] et N un point du côté [AC], si (MN) est parallèle à (BC) alors $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$	[AB) et [AC) mais on n'examinera pas le cas où les demi-droites [AM) et [AB) de même que les demi-droites [AN) et [AC) sont opposées. Le théorème de Thalès dans toute sa généralité et sa réciproque seront étudiés en classe de troisième.

Extrait du programme français

2ème phase

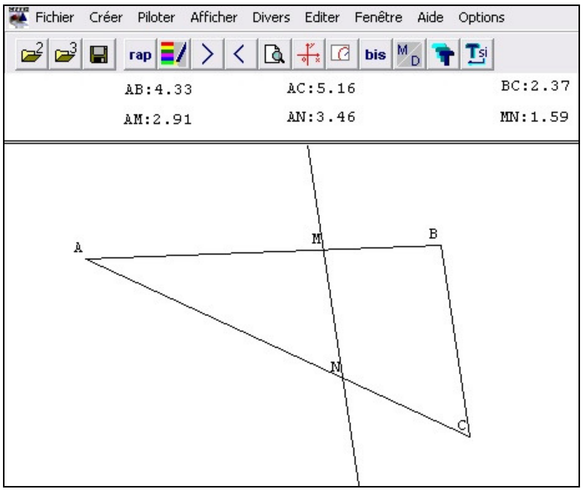
Les formateurs du Module A ont reçu les productions des stagiaires, les ont lues et annotées. La grande majorité des stagiaires a choisi l'introduction au théorème de Thalès. La séance comporte plusieurs épisodes.

Elle commence par des commentaires généraux des formateurs qui portent essentiellement sur deux observations récurrentes. Dans les fiches élèves, les stagiaires n'ont pas mis l'accent sur la proportionnalité. Presque toutes les fiches comportent pourtant dans leur titre le terme "proportionnalité", dont la découverte constitue justement l'enjeu de la séance! Malgré cela, les égalités de rapports sont introduites très rapidement sans que puisse être mise en évidence la proportionnalité des longueurs des côtés des triangles. Les scénarios sont dans l'ensemble très sommaires, les épisodes sont décrits succinctement, ce qui est à la charge du professeur apparaît peu. De plus, la formulation de la conjecture finale ne se distingue pas de l'énonciation d'une propriété.

Les stagiaires travaillent ensuite par groupes de 4 constitués par les formateurs en fonction de leurs productions, mais aussi de leur implication dans les modules précédents. (Les formateurs essaient ainsi de former des groupes dynamiques, avec des personnalités complémentaires). Leur tâche est de produire ensemble un scénario et une fiche élève qui constitueront la base d'une présentation au vidéo projecteur en troisième partie de la séance.

Un stagiaire présente donc ensuite à tous les autres le scénario retravaillé dans son groupe. Des questions sont ensuite posées par les autres stagiaires, qui obligent celui qui présente, et son groupe, à justifier les choix qui ont été faits, et des alternatives apparaissent. Les formateurs font enfin une synthèse de la séance, en apportant leurs propres commentaires. Il est convenu finalement d'adopter un scénario commun proche de celui qui est présenté. Un des stagiaires prend en charge la rédaction et la finalisation des documents, scénario et fiche élève (voir Annexe A). L'objectif de la séance est de créer une figure dynamique, afin que les élèves puissent formuler une conjecture.

[3] In France [AB] désigne un segment, [AB) une demi-droite et (AB) une droite



Exemple de figure recherchée

3ème phase

La mise en oeuvre effective dans toutes les classes des stagiaires ne peut avoir lieu car tous n'ont pas une classe de 4ème en responsabilité. La séance filmée se déroule dans la classe d'un stagiaire volontaire, en dehors de toute évaluation institutionnelle. Au cours d'un entretien préalable juste avant la séance, celui-ci présente sa classe et expose son projet à l'un des formateurs. De même, il fera quelques commentaires "à chaud" après la séance.

4ème phase

C'est la phase de retour dans un module A. Le stagiaire qui a mené la séance livre oralement auprès des autres stagiaires ses impressions sur le fait d'avoir été filmé et présente une courte analyse a posteriori de sa séance. Les formateurs complètent cette analyse. Les autres stagiaires interviennent pour poser des questions ou pour compléter ce qui a été dit quand ils ont eux-mêmes mené en classe la séance. En revanche, aucun travail à partir d'une présentation de la vidéo ou d'un extrait de la vidéo n'est fait avec les stagiaires. Deux raisons principales à cela: d'une part, la structure du module A est élaborée avant le début de la formation et est très dense. Or, le type de travail entrepris sur l'introduction de la proportionnalité en géométrie et une partie des modalités de cette action spécifique de formation a été intégrée en cours d'année. Il était donc difficile, compte tenu des contraintes de temps, d'ajouter un nouvel élément dans la formation. D'autre part, le travail avec la vidéo est encore peu développé dans la formation des PLC2 de mathématiques à l'IUFM de Créteil, et ni du côté des formateurs, ni du côté des stagiaires, on ne se sentait tout à fait prêt pour intégrer ce nouvel outil comme élément de formation à part entière.

LA SEANCE EN CLASSE [*filmée*]

Présentation du contexte

La séance informatique a été menée avec une classe de 4ème du collège Edouard Herriot, situé à Livry-Gargan, dans la banlieue Est de Paris. La classe est composée de 23 élèves, dédoublée en deux demi-groupes, un groupe de 11 élèves, avec lequel a déjà eu lieu une séance du même type, et un groupe de 12 élèves qui va être observé.

Le professeur est un professeur stagiaire en formation initiale à l'IUFM de Créteil. Selon lui, la gestion de la classe ne pose pas de problème particulier.

Un suivi strict du travail quotidien des élèves a été mis en place au sein de la classe, et une prise en compte de la participation orale est effectuée pendant les séances.

La séance est consacrée à la découverte du théorème de Thalès, version $4^{\text{ème}}$. Géoplan a déjà été utilisé par le professeur en projection et en tableau noir, la notion de menu déroulant a été présentée aux élèves à cette occasion. A la connaissance du professeur, les élèves n'ont jamais utilisé Géoplan et ne sont jamais venus dans la salle informatique, ni au cours de l'année, ni les années précédentes, que ce soit en mathématiques ou dans une autre discipline. Les élèves découvrent donc un nouvel espace de travail.

Les questions que se pose a priori le professeur sont les suivantes:

- Comment les élèves vont-ils réagir au logiciel? Sauront-ils utiliser le menu déroulant? Vont-ils bien savoir trouver par exemple les intersections de droites?
- Quelles questions vont-ils poser à propos des fonctionnalités du logiciel? (en particulier, le professeur s'interroge si les élèves chercheront à savoir si le calcul des rapports demandé à la calculatrice aurait pu être fait grâce au logiciel).
- Comment les élèves se débrouilleront-ils avec la fiche élève?

En ce qui concerne la conjecture, le professeur espère que les élèves lui diront que les tableaux qui auront été complétés ressemblent à des tableaux de proportionnalité, et que cette constatation sera faite sur différents exemples. Le thème de la proportionnalité a été traité pendant la semaine précédente à travers des révisions de $5^{\text{ème}}$ dans le cadre numérique ou le cadre graphique: savoir reconnaître une situation de proportionnalité (dans un tableau ou sur un graphique), calculer une quatrième proportionnelle.

Le professeur prévoit d'aborder au bout d'une demi-heure environ la phase de synthèse et de faire écrire alors les élèves dans leurs cahiers de cours en les laissant devant les écrans ou en les répartissant sur les tables centrales. Le début du cours est écrit au verso d'un tableau. Il prévoit également de leur donner un dessin générique à coller.

Déroulement de la séance

Episode1 (16 min)

Il y a un ordinateur par élève. Le logiciel Geoplan est ouvert sur chaque poste. La fiche élève est rapidement distribuée par le professeur. Les élèves se mettent rapidement au travail et commencent assez rapidement les tracés. Ils ont une grande tendance à regarder l'écran de leurs voisins et à se tenir mutuellement au courant de leurs progressions respectives. Le professeur circule dans la salle, de poste en poste.

La première difficulté surgit au moment de la création du point N. Une deuxième hésitation concerne le nombre de décimales à afficher pour les longueurs des segments.

Les élèves obtiennent finalement l'affichage des six longueurs demandées, puis le professeur leur demande de remplir un deuxième tableau. Ils déforment alors le triangle initial afin d'obtenir de nouvelles mesures.

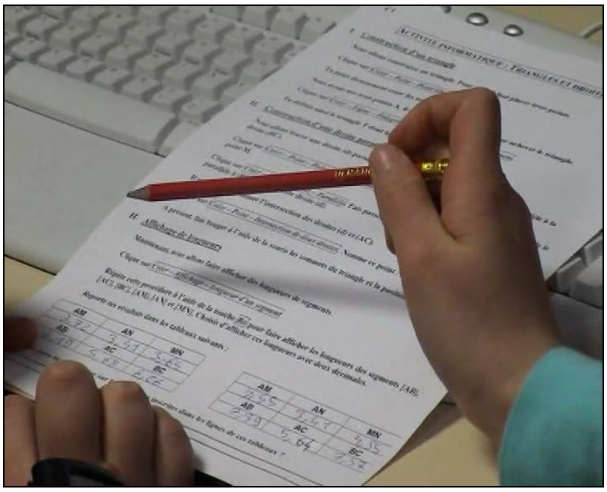
Episode 2 (17 min)

A ce stade, les élèves restent perplexes, d'abord sur la nature de leur tâche (qu'est-ce que c'est conjecturer?), puis sur la tâche elle-même (que peuvent-ils bien conjecturer?).

Le professeur essaie de les mettre alors sur la voie en évoquant à la fois la présence de tableaux, et ce qui a été vu en classe la semaine précédente. Les élèves commencent par citer le théorème de Pythagore (on fait de la géométrie!), l'un d'eux évoque la proportionnalité.

Les élèves prennent alors leurs calculatrices afin de déterminer un éventuel coefficient de proportionnalité. Mais face aux résultats différents affichés par leurs calculatrices, ils hésitent et éprouvent des difficultés à formuler par écrit une conjecture: ils effectuent de nouveau les calculs sur le premier tableau.

Le professeur intervient auprès d'un élève, refait avec lui encore une fois les premiers calculs, puis lui demande de passer au deuxième tableau: les quotients affichés semblent satisfaire nettement plus l'élève, puisque chacune des 3 écritures décimales commence par 1,70.



Exemple de tableaux obtenus par les élèves

Le professeur revient vers l'élève, modifie le nombre de chiffres dans la partie décimale des mesures affichées sur l'écran, et demande à l'élève de prendre en compte les nouvelles mesures et d'effectuer de nouveaux calculs.

Une courte discussion suit sur la nature des tableaux (de proportionnalité ou pas de proportionnalité), et l'effet de la précision des mesures.

Le professeur demande aux élèves de prendre leurs cahiers de cours.

Episode 3 (15 min)

Les élèves s'organisent rapidement pour pouvoir voir le professeur, le tableau et écrire sur une table (certains élèves se mettent à des tables groupées au centre de la salle, les autres restent à leurs places en se tournant convenablement).

Le professeur commence par formuler oralement un bilan: "On peut dire que les longueurs des côtés du petit triangle AMN semblent proportionnelles aux longueurs des côtés du grand triangle ABC".

Il retourne alors le tableau sur lequel la phrase énoncée était déjà écrite et demande aux élèves de la recopier sur leurs cahiers.

Puis, il leur distribue une figure analogue à celles qu'ils ont observées, en place une au tableau, et atteste que "dans une telle configuration, le tableau est un tableau de proportionnalité".

Le professeur écrit alors la propriété suivante (admise): dans un triangle ABC, si M est un point du côté [AB], si N est un point du côté [AC] et si les droites (MN) et (BC) sont parallèles, alors les longueurs des côtés du triangle AMN sont proportionnelles aux longueurs des côtés du triangle ABC. Les élèves écrivent à leur tour la propriété dans leurs cahiers.

ANALYSE A POSTERIORI DE LA SEANCE EN CLASSE

La gestion des élèves est correcte, leur activité apparente est soutenue.

Le professeur n'a pas fait de phase de synthèse intermédiaire: ses interventions sont toujours personnalisées; le traitement des difficultés que rencontrent les élèves est ainsi répétitif.

Au cours de la première phase (construction de la figure et affichage des mesures des longueurs), l'utilisation du logiciel semble avoir eu un impact mobilisateur important sur l'engagement des élèves dans les tâches qui leur ont été demandées. La structure de Geoplan-Geospace a mis en évidence l'importance de la désignation des objets géométriques: plusieurs élèves ont ainsi été perturbés par le rejet de lettres minuscules utilisées à la place de majuscules. D'une façon générale, la nécessité de définir les objets pour les créer a obligé les élèves à être attentifs au vocabulaire de géométrie. L'affichage des mesures de longueurs a également provoqué des interrogations des élèves sur le nombre de chiffres dans la partie décimale. Cependant, il n'y a pas eu de question de leur part sur l'unité de longueur utilisée, ni sur le choix du nombre de chiffres à afficher.

Le passage de l'observation à la conjecture n'a pas été opéré spontanément par les élèves. Même après plusieurs relances orales du professeur, les élèves n'ont pas parlé d'une quelconque situation de proportionnalité. Ce n'est qu'à partir du moment où le professeur a fait référence de façon insistante à d'autres tableaux utilisés la semaine précédente que l'un d'eux a évoqué la proportionnalité. On reconnaît là une manifestation évidente de l'effet "Topaze".

A ce stade de la séance, il est à remarquer que le professeur a délibérément adopté une stratégie consistant à substituer un travail avec calculatrice à partir de tableaux de mesures à un travail basé sur l'observation de l'affichage direct des rapports par by Geoplan-Geospace. Le professeur a fourni deux raisons pour justifier son choix: d'une part il craignait des difficultés d'appropriation du logiciel par les élèves, pour lesquels il s'agissait de la première séance sur Geoplan-Geospace, d'autre part, il a pris en compte la préparation de la séance effectuée en formation au cours de laquelle le risque de masquer la proportionnalité en travaillant directement sur les rapports avait été évoqué.

Mais les difficultés calculatoires rencontrées par les élèves, qui découlent directement de ce choix, n'avaient pas été anticipées par le professeur. En effet, les résultats affichés sur les calculatrices ne sont pas égaux. Il est donc naturel que les élèves aient tendance à ne pas conjecturer une situation de proportionnalité. Le professeur gère cet "incident didactique" en proposant aux élèves d'augmenter le nombre de décimales dans l'affichage des mesures de longueurs.

On aurait pu penser à la lecture de la fiche élève que le deuxième tableau était destiné à renforcer une conviction issue d'un travail sur le premier tableau: mais le déroulement réel des activités des élèves – remplissage des tableaux, puis calculs des rapports pour les deux tableaux, et non pas un travail sur un tableau, conjecture, puis travail sur le deuxième tableau – est venu contredire cette prévision de déroulement, et du coup affaiblir nettement la démarche expérimentale.

On peut enfin se demander quelles conceptions de la proportionnalité les élèves ont vraiment, car la séance observée peut inciter à croire que c'est la représentation didactique fréquemment utilisée en classe – le tableau – qui déclenche la reconnaissance d'une situation mathématique. Autrement dit, il semble bien qu'ici, la notion de proportionnalité ne soit pas disponible, et que ce soit la représentation usuelle, soutenue par le discours du professeur, qui convoque la conjecture visée.

Le dernier épisode de la séance, le passage de la conjecture à la propriété, est géré très sobrement par le professeur: pas de travail sur la preuve, ni même de discours sur ce passage proprement dit, sur les raisons qui justifient son choix auprès des élèves. On peut se demander ce que cette position génère comme effets sur les élèves en termes d'apprentissages: les élèves ne restent-ils pas finalement dans une géométrie de perception (on voit que …, on peut dire que …)? Quel statut les élèves donnent-ils vraiment à la propriété visée dans la séance: universel ou relatif à leur dessin? Est-elle vraiment toujours vraie ou seulement dans certains cas, ou "presque vraie" parfois?

Au terme de la séance, un certain nombre de variantes peut être envisagé:

- 2 élèves par poste.
- Faire travailler les élèves sur un dessin (à main levée) avant de les faire travailler avec les ordinateurs (tracés, observations et premières conjectures).
- Faire afficher les rapports par Geoplan-Geospace.

- Imposer dans le premier tableau la longueur du côté [AB] d'un triangle et la position de M sur [AB], puis déplacer M sur [AB].
- Faire partir les élèves de situations correspondant aux rapports 1/2 ou 1/4.

ANALYSE A POSTERIORI DE L'ACTION DE FORMATION

Cette expérience, dans sa globalité, est une source de nouveaux questionnements, sur le sujet traité en classe d'une part, et sur la formation des professeurs d'autre part.

Les professeurs en formation initiale (et les autres) ont pour obligation de suivre les instructions officielles. L'analyse de la séance menée en classe, et en particulier le choix du professeur d'abandonner l'affichage des rapports au profit des tableaux et de la calculatrice soulève la question suivante: l'écriture du théorème de Thalès telle qu'elle apparaît actuellement dans les programmes incite-t-elle à faire travailler sur les rapports ou sur l'aspect de la proportionnalité en géométrie, comme ce sera le cas avec les triangles semblables en seconde? La réponse n'est pas institutionnelle, puisque ce double aspect apparaît en fait explicitement dans l'une ou l'autre des trois colonnes contenus/compétences/commentaires du programme. Il reste donc au formateur à prendre position en vue de "bonnes pratiques" visées pour les professeurs débutants: choisir de faire travailler directement les élèves sur les rapports a assurément l'avantage de permettre aux élèves d'arriver plus facilement à une conjecture, l'égalité de ces rapports, mais avec le risque important de masquer la proportionnalité des longueurs. A contrario, chercher à faire conjecturer par les élèves une situation de proportionnalité peut sembler plus porteur de sens, mais plus difficile à atteindre, avec le risque de laisser à la charge des élèves une activité réduite. Il est à souligner que dans les deux cas, le travail est fait sur les mesures, et non sur les grandeurs.

Afin de prendre en compte à la fois le double aspect évoqué ci-dessus et l'analyse a posteriori de la séance, il semble donc raisonnable, et la lecture des nouveaux programmes peut sans doute être comprise ainsi, de proposer aux professeurs stagiaires les étapes suivantes:

- Commencer par un travail papier/crayon dans des cas simples.
- Faire conjecturer les élèves sur ces cas particuliers en terme de "...fois plus…" "…fois moins…"
- Traduire cette conjecture sous la forme d'une égalité de rapports.
- Avoir recours à un logiciel de géométrie dynamique pour renforcer cette conjecture en utilisant l'affichage des rapports.
- Enoncer la propriété visée, dans la double version que propose le programme, longueurs proportionnelles et égalité des rapports.

CONCLUSION

Outre les objectifs de formation définis dans la première partie de cette présentation, un travail en formation à partir de la construction d'un scénario d'une séance identique pour tous les stagiaires avait été retenu *a priori* pour deux raisons:

- Cela facilite le travail en module (avant et après).
- Cela encourage l'étude des effets de l'action du professeur sur les activités des élèves à partir d'une même tâche prescrite.

La réflexion menée pendant et après ce travail autorise à penser que la formation effective a bien été conforme aux objectifs initiaux et semble confirmer l'intérêt de ce type d'action sur plusieurs plans:

- L'intégration des TICE dans les pratiques des stagiaires
- L'importance de la production de scénarios écrits et de leur confrontation
- La densité et la richesse des échanges stagiaires/stagiaires et formateurs/stagiaires
- L'émergence d'un scénario-type dont la validité, à tester, serait justifiée par un bon compromis entre un fort degré potentiel d'appropriation par les stagiaires et un niveau satisfaisant d'efficacité en classe (le premier point étant nécessaire pour le second, mais en aucun cas suffisant).

Cependant, le travail vidéo effectué auprès d'un stagiaire, ne garantit en aucune manière la portée de l'action sur les autres stagiaires. Reste donc en suspens, non seulement le problème de l'évaluation des acquis des élèves de la classe du stagiaire filmé, mais aussi celui de l'évaluation de l'effet d'une telle action sur les pratiques des autres stagiaires.

REFERENCES

Alvez, Y., Le Yaouanq, M.-H., Carême, A., Chareyre, B., Cleirec, N., Gastin H., Guillemet, D. & Saint-Raymond C. (2005). *Collection Math'x: Seconde, Première S, Terminale S*. Editions Didier France.

Autour de Thalès (1995). Commission Inter IREM Premier Cycle.

Brousseau, G. (1995) Promenade avec THALES, entre la Maternelle et l'Université. In *Autour de Thalès*, IREM de Lyon Villeurbanne.

Hersant, M. (2005). *La proportionnalité dans l'enseignement obligatoire en France, d'hier à aujourd'hui*. Repères IREM N° 59, TOPIQUES éditions Metz

Robert, A. (2005). Quelles différences y a-t-il…? Exemples d'analyses didactiques d'exercices ou d'activités élèves (collège ou lycée). *Bulletin APMEP 457*, 226-238.

Sites Web[4]

Programmes français

[http://eduscol.education.fr/D0048/LLPPRC01.htm] et
[http://www.cndp.fr/secondaire/mathematiques]

A.I.D. (*Association pour l'Innovation Didactique*) *C.R.E.E.M.* (*Centre de Recherche et d'Expérimentation pour l'Enseignement des Mathématiques*)

[http://www.aid-creem.org/telechargement.html]

Le C.R.E.E.M. (Centre de Recherche et d"Expérimentation pour l'Enseignement des Mathématiques) est un centre spécialisé du CNAM (Conservatoire National des Arts et Métiers) qui a été créé en 1972. Pendant plus de dix ans, le C.R.E.E.M. a été un partenaire privilégié du Ministère de l'Éducation Nationale, au niveau de la Direction des Lycées et Collèges, puis de celle responsable des technologies nouvelles (DITEN, puis DISTNB). Le 26 Février 2003, le CREEM a définitivement fermé ses portes. Il a cédé la place à L'Association pour l'Innovation Didactique (A.I.D.)

Geoplan-Geospace

[http://www.crdp-reims.fr/Ressources/lib/Titres-reseau.htm?produits/pdt118.htm]

Geoplan-Geospace est un logiciel de mathématiques fonctionnant sous Windows et utilisable de l'école primaire à l'université. Geoplan-Geospace est un logiciel de constructions mathématiques permettant des représentations dynamiques et interactives. Il permet de définir et de manipuler des objets numériques et des objets géométriques du plan ou de l'espace (points, droites, cercles, sphères, solides, polyèdres convexes, nombres, transformations, repères, courbes, vecteurs, fonctions numériques, suites numériques, prototypes définis par l'utilisateur, etc.). Les créations et manipulations peuvent être automatisées en créant des commandes.

Cabri [http://www.cabri.com/v2/pages/fr/index.php]

Cabri II Plus est un outil permettant de réaliser des constructions géométriques comme on le ferait sur une feuille de papier avec crayon, règle, compas et gomme. Le logiciel apporte une nouvelle dimension à ces constructions: la figure et ses éléments peuvent être manipulés librement par l'utilisateur et la construction est mise à jour instantanément. Les constructions peuvent être intégrées dans des documents (Mac, Windows) ou publiées sur Internet (Cabri.Java).

[4] Active on December 2006.

Le deuxième pilotage

par Annette Jäpelt*

OBJECTIFS

Pour les stagiaires:

- Elaborer le plan d'une leçon comprenant l'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique.
- Apprendre à enseigner en se servant des TICE.

Pour les élèves:

- Apprendre à utiliser un logiciel de géométrie dynamique.
- Découvrir le lien entre la proportionnalité et les triangles semblables à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.

LA PROPOSITION

Tout d'abord, les professeurs stagiaires doivent apprendre à utiliser le logiciel de géométrie dynamique. Nous utilisons le logiciel Géomètre, la version danoise de 'Geometer Sketchpad' (cybergéomètre). Les élèves se familiarisent, à travers des exercices, avec les fonctionnalités les plus communes du logiciel au sein de la géométrie classique.

Ensuite, nous étudions la notion sur laquelle nous désirons porter toute notre attention: le lien entre la proportionnalité et les triangles semblables.

Définition: *Deux figures sont semblables, lorsque l'une d'elles est un agrandissement de l'autre.*

Les étudiants savent utiliser ce lien**,** mais ils n'ont pas encore effectué un travail approfondi sur les théorèmes permettant précisément son application**.**

Après la leçon avec les élèves, nous étudierons de plus près ces théorèmes, pour les démontrer et les utiliser: d'une part le théorème de la multiplication à partir d'un point et, d'autre part, la notion des triangles semblables et leurs propriétés:

Le triangle ABC a des angles correspondants égaux au triangle A'B'C'

Le triangle ABC et le triangle A`B`C`ont des angles correspondants qui sont égaux.

Les **rapports** des côtés correspondants des deux triangles sont égaux, c'est à dire:

a`/a = b`/b = c`/c [*voir figure attendue dessous*]

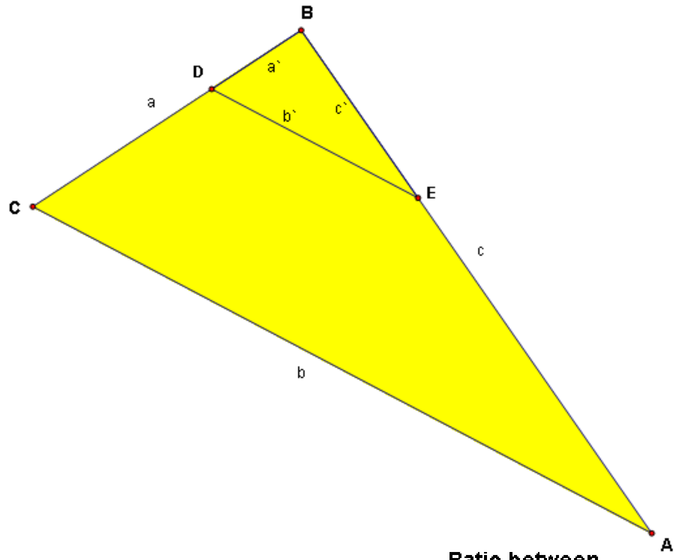
Après s'être familiarisés avec le logiciel 'GEOMETER' et les propriétés des triangles semblables, la tâche des professeurs stagiaires est alors de préparer une leçon pour

* Skårup Seminarium, Danemark.

des élèves. L'objectif est de leur faire découvrir le logiciel et les propriétés des triangles semblables.

Le cours qui s'achève ici est suivi d'une évaluation.

Plus tard les stagiaires auront une semaine d'étude en mathématiques, durant laquelle les formateurs ont prévu deux journées d'étude sur le terrain consacrée à la proportionnalité en géométrie.



Length of sides in the triangles

Triangle ABC	Triangle ADE
BC = 5,11 cm	BD = 1,70 cm
BA = 5,63 cm	BE = 1,88 cm
CA = 7,38 cm	DE = 2,46 cm

Ratio between the sidelengths in the triangles

$\frac{BC}{BD} = 3{,}00$

$\frac{BA}{BE} = 3{,}00$

$\frac{CA}{DE} = 3{,}00$

Angles in the triangles

Triangle ABC	Triangle ADE
m∠CBA = 86,66°	m∠DBE = 86,66°
m∠BCA = 49,62°	m∠BDE = 49,62°
m∠BAC = 43,72°	m∠DEB = 43,72°

Areas of the triangles

Triangle ABC	Triangle ADE
Area △BCA = 14,37 cm²	Area △BDE = 1,60 cm²

Ratio between the areas in the triangles

$\frac{(\text{Area } \triangle BCA)}{(\text{Area } \triangle BDE)} = 9{,}00$

Exemple de production attendue

CONSIGNES POUR LES STAGIAIRES

Skårup Seminarium comprend environ 25 professeurs stagiaires. C'est un groupe mixte, 50% hommes, 50% femmes, d'âges très variés.

Avant d'aborder cette phase, les stagiaires ont commencé par s'initier au logiciel Géomètre de manière générale (opérations, tracés, mesures et calculs). Il ne s'agissait là que d'un simple exercice pour les professeurs en formation initiale avant de commencer le travail de préparation de la leçon pour les élèves.

Ma présentation aux professeurs stagiaires a été la suivante:

> «Vos objectifs pour les 2 prochaines semaines sont: être capable de faire une présentation de l'activité et de créer un document pour les élèves, leur permettant de:
>
> - Tracer des triangles en utilisant le logiciel Géomètre
> - Etudier la proportionnalité et les triangles semblables à l'aide du logiciel de géométrie dynamique.
>
> Les professeurs stagiaires travaillent en groupes et chaque groupe fait une proposition; ils choisissent ensuite tous ensemble la meilleure.
>
> Cette tâche devrait prendre une semaine (quatre séances)».

J'ai promis au professeur de la classe dans laquelle la séance sera pilotée d'en faire le résumé. Si besoin est, je consacrerai une leçon supplémentaire aux TICE. Les élèves seront libres d'utiliser leur acquis mathématique antérieurs pour résoudre effectivement un problème, c'est à dire trouver la hauteur d'un arbre en se servant de mesures concrètes et ensuite effectuer des calculs en utilisant les propriétés des triangles semblables.

Je tiens aussi à ce que vous réfléchissiez à d'autres situations dans la vie réelle où les élèves peuvent mettre en pratique le concept de proportionnalité.

Les stagiaires travaillent dans la salle informatique à l'aide du logiciel Géomètre sur les liens avec les triangles semblables. Ils cherchent à les établir (voir propriétés 1 et 2 mentionnées plus haut).

Je propose aux stagiaires de:

- Tracer un triangle ABC.
- Agrandir ou réduire le triangle par un coefficient donné, en suivant les instructions du logiciel (Il en résultera que les côtés seront agrandis ou réduits par un facteur donné). On obtient ainsi un nouveau triangle ADE.
- Mesurer les longueurs des côtés des deux triangles ABC et ADE.
- Etablir la relation entre les côtés semblables des deux triangles.
- Mesurer les angles des deux triangles.
- Faire varier les points.
- Faire varier les rapports.
- Découvrir la relation entre les côtés et les angles des triangles semblables.
- Mesurer l'aire des deux triangles et découvrir la relation entre les aires.

Dans l'exercice ci-dessus nous avons d'abord fait varier les côtés et ensuite les angles.

La deuxième méthode nous permet aussi de faire l'inverse, en créant des angles égaux d'abord et en étudiant ensuite la relation entre les côtés semblables. Ce qui consiste ici à commencer avec des côtés parallèles et à découvrir ensuite que les triangles sont proportionnels:

A l'aide du logiciel 'GEOMETER':

- Tracez un triangle ABC.
- Tracez une ligne droite à l'intérieur du triangle. Cette ligne doit être parallèle à l'un des côtés, par exemple parallèle à (BC). Vous obtenez ainsi un nouveau triangle ADE.
- Mesurez les longueurs des côtés.
- Trouvez la relation entre les côtés semblables des deux triangles.
- Vous pouvez ensuite faire varier les points ainsi que la parallèle.
- Découvrez ce qui est commun aux deux triangles.
- Mesurez l'aire des deux triangles et comparez la relation entre les aires et la relation entre les côtés.

Les angles sont ici identiques et vous découvrez des longueurs de côtés d'un rapport déterminé. S'il vous reste du temps, réfléchissez à des exemples concrets que l'on pourrait inclure.

Les professeurs stagiaires travaillent sur ces points pendant deux séances.

Le formateur a décidé de permettre à tous les stagiaires d'enseigner car il est bon que les stagiaires fassent les deux, qu'ils préparent la leçon et qu'ils enseignent aux élèves.

Etant donné que la plupart des élèves sont assis seuls ou par deux à l'ordinateur, il est préférable qu'il y ait un professeur stagiaire par ordinateur.

Les élèves n'ayant jamais utilisé auparavant de logiciel de mathématiques, il sera avantageux que chacun puisse recevoir une aide individuelle.

De plus, quand ils iront un jour enseigner devant toute une classe, les professeurs stagiaires auront déjà une bonne idée de ce que les élèves sont en mesure de comprendre. J'espère aussi que cela les incitera à intégrer les TICE dans leurs cours de mathématiques lorsqu'ils deviendront eux-mêmes un jour professeurs. Nous avons peut-être franchi un seuil et il se peut que, quand ils deviendront professeurs à leur tour, ils hésitent moins à utiliser les logiciels de mathématiques.

Les professeurs stagiaires travaillent en groupes pour faire des propositions pour la leçon avec les élèves. Ils décident ensuite, tous ensemble, comment mener la leçon.

CONSIGNES POUR LES ELEVES

Une leçon est prévue. La leçon aura lieu dans la salle informatique du Skårup Seminarium.

Voici les consignes des professeurs stagiaires aux élèves:

Leçon sur la proportionnalité.

Ouvrez le logiciel 'GEOMETER'

Créez 3 points: A, B, C

Reliez les points pour créer un triangle

Mesurez les angles du triangle

Mesurez les côtés

Multipliez par 2 à partir du point A, c'est à dire que vous prolongez les lignes à partir du point A

Une fois les côtés [AB] et [AC] agrandis, on nomme les nouveaux points. Reliez ces deux *points pour créer un nouveau triangle.*

Mesurez les longueurs des côtés ainsi que les angles du nouveau triangle.

Pouvez-vous voir des similitudes entre les deux triangles?

Quelles similitudes voyez-vous?

Pouvez-vous formuler un théorème à partir de vos observations? S'il le faut, tracez d'autres triangles afin de vérifier votre théorème.

*Calculez l'aire des deux triangles (½ hauteur * base)*[5]

Quelle est la relation entre ces deux aires?

Certains stagiaires ont décidé de travailler de manière plus indépendante, mais la plupart ont suivi les instructions imprimées.

DEROULEMENT DE LA SEANCE AVEC LES PROFESSEURS STAGIAIRES

Deux séances sont consacrées à tester eux-mêmes les exercices comme base de comparaison.

Les résultats obtenus par les professeurs stagiaires durant ces deux séances sont bien différents. Il est dans l'intérêt de tous d'utiliser les TICE mais alors que certains acceptent sans problèmes les media et s'en servent, d'autres ne sont pas très sûrs d'eux et sont très lents, la majorité se trouvant entre ces deux extrêmes.

Les deux séances suivantes sont, comme les précédentes, consacrées à préparer la leçon pour les élèves et c'est de nouveau l'ensemble du groupe qui choisit la meilleure proposition.

DEROULEMENT DE LA LEÇON AVEC LES ELEVES

Il y a vingt élèves qui viennent d' Øster Åby Friskole, âgés d'environ 14 ans.

---

[5] Il est possible de mesurer l'aire sans la calculer et à mon avis (moi, formateur) ceci est préferable à ce stade, car l'enjeu ici n'est pas le calcul de l'aire, mais la proportionnalité.

Une leçon est prévue. La leçon a lieu dans la salle informatique du Skårup Seminarium. Les élèves ont quelques connaissances seulement de proportionnalité et n'ont jamais utilisé de logiciel de mathématiques.

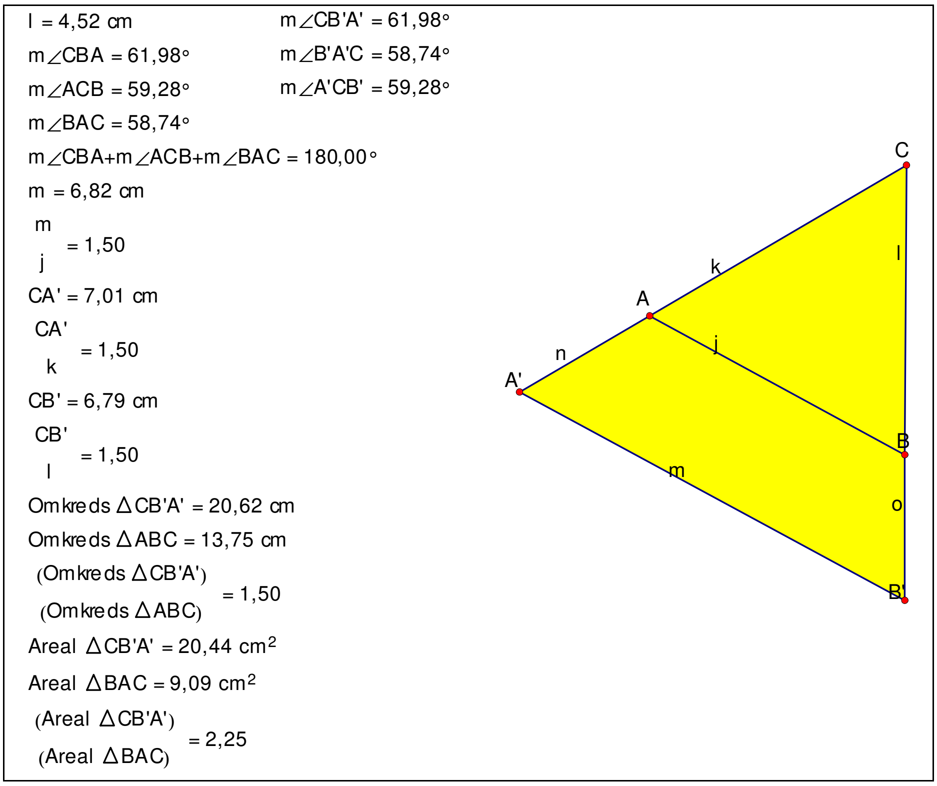
Quelques étudiants en formation initiale sont déjà venus une fois auparavant dans cette classe, la leçon portait alors sur les téléphones portables. Le professeur de mathématiques de la classe est présent durant la leçon, mais uniquement en tant qu'observateur.

Les élèves travaillent seuls ou en groupe de deux et il y a au moins un professeur stagiaire par ordinateur pour une aide individuelle.

Un des professeurs stagiaires accueille rapidement la classe et présente la leçon. Ensuite, les élèves se mettent à travailler *en utilisant* Géomètre. On peut voir la présentation du professeur stagiaire aux élèves dans la partie "Consignes pour les élèves".

Tous les groupes abordent tous les points décrits. La coopération entre les élèves et les professeurs stagiaires est bonne. En règle générale, les élèves sont actifs sur tous les points qui nécessitent l'utilisation du logiciel 'GEOMETER' et les stagiaires savent bien les aider.

Il y a des élèves qui réussissent à déduire des conclusions générales mais leurs productions sont très variées et comme les stagiaires sont très désireux d'obtenir des résultats, ils mènent certains élèves à la conclusion désirée. Après la leçon, les élèves remettent leur travail.



Exemple de tracé obtenu par un élève.

Remarque: Comme tous les calculs effectués par le logiciel le sont à partir des valeurs mesurées, il est facile de faire une comparaison directe des rapports sans tenir compte de la position des triangles, l'un par rapport à l'autre.

FEEDBACK POUR LES PROFESSEURS STAGIAIRES

Le professeur de mathématiques de la classe a estimé que c'était une bonne leçon.

Comme base de dialogue**,** j'ai conçu une évaluation pour les professeurs stagiaires. La voici ci-dessous, avec quelques une de leurs réponses.

Tâche	Le positif?	Le negative?
Préparation de la leçon pour les elèves	*Travailler en groupe de 2; beaucoup d'idées ont émergé, bien d'échanger des idées/de discuter. La meilleure manière d'apprendre.* *Reconnaître les connaissances nécessaires avant le travail sur ordinateur.*	
Apprentissage des élèves	*Intéressant d'observer les expériences surprenantes, les "j'ai trouvé" des élèves.* *Les voir aborder eux-mêmes les problèmes.*	*Pas assez de place dans la salle informatique.* *Pas assez d'ordinateurs pour tous les élèves.*
Qu'avez-vous appris?	*A préparer le plan d'une leçon dans laquelle les TICE sont utilisées de manière pertinente et efficace.* *Que je dois développer mes connaissances du logiciel Géomètre.* *Assimilation favorisée par l'utilisation du logiciel de mathématiques.* *J'ai acquis une bien meilleure maîtrise du logiciel en l'utilisant à des fins concrètes.*	

Evaluation faite par les stagiaires

COMMENTAIRES

La séance suivante avec les stagiaires consiste en un lien théorique entre la proportionnalité et les triangles semblables. Normalement, j'aurais choisi de démontrer les théorèmes sur les triangles semblables et la proportionnalité sans aucune activité de découverte, mais dans le cas présent la proposition veut qu'on expérimente d'abord les propriétés en utilisant les TICE. La discussion portera dans ce cas sur l'ordre des activités: hypothèse et preuve d'abord ou expérimentation à l'aide des TICE. Personnellement, je crois qu'on devrait alterner. Quant aux stagiaires, les opinions sont ambiguës. Il semble que les plus jeunes préfèreraient la méthode informatique tandis que les autres ont des avis plus partagés. Cela est peut-être dû au fait que les jeunes stagiaires sont souvent plus habitués à utiliser les ordinateurs.

Il nous a été très utile, à moi en tant que formateur et aux stagiaires également, de participer de manière aussi directe à la fois à l'élaboration du plan d'une leçon et à sa mise en oeuvre en classe.

Normalement, durant la formation pratique des stagiaires, le formateur a plus un rôle de conseiller que de participant: personnellement, grâce à l'expérience vécue dans ce projet, je m'efforcerai de changer cela. Il a été très avantageux de suivre tout le cheminement des stagiaires, depuis l'apprentissage initial jusqu'à la mise en oeuvre de la leçon en classe, en passant par sa préparation. L'engagement des stagiaires a été considérable et leur réflexion soutenue. Le nombre des étudiants activement engagés augmente au fur et à mesure qu'ils voient l'utilité, dans la pratique, de ce qu'on leur enseigne. Le fait de pouvoir mettre immédiatement en pratique ce qu'on vient d'apprendre est très motivant.

Je souhaite que toute la formation des stagiaires puisse être fondée sur une interaction régulière entre la théorie et la pratique, de façon à ce que chaque mois peut-être nous ayons des discussions sur des questions de formation concrètes.

Prolongement

Les professeurs stagiaires ont ensuite utilisé la notion de similitude, en partie, lors de mesures concrètes.

En voici des exemples: mesurer la largeur d'une rivière, expérimenter la manière dont un forestier mesure la hauteur des arbres, un charpentier l'inclinaison d'un toit; interaction avec la Physique/Chimie concernant les distances dans l'univers et de la détermination des longueurs d'ondes, interaction avec la géographie concernant l'échelle des cartes et leur lecture.

Remerciements

Mes remerciements à Øster Åby Free School, à la classe de septième et à son professeur de mathématiques, Brian M. Østergård.

Mes remerciements aussi aux élèves de ma classe de mathématiques 22.4 au Skårup Seminarium pour leur gentillesse.

LECTURES RECOMMANDEES

Hessing, S. (1987). *Landmåling anvendt matematik og geografi*. Forlaget Brøns ApS

Jensen, A. B. (2002). *Manual til Geometer*, L&R Uddannelse

Thygesen, H. (1998). *Geometri med integration af informationsteknologi*. Gyldendal undervisning.

Sites web[6]

The Geometer's Sketchpad [http://www.dynamicgeometry.com/]

Sketchpad est un outil d'exploration et de construction dynamique qui permet aux étudiants d'explorer et de comprendre les mathématiques de manière tout à fait impossible avec les outils traditionnels ou avec d'autres logiciels de mathématiques. Avec Sketchpad, les étudiants peuvent construire un objet pour explorer ensuite ses propriétés mathématiques en déplaçant l'objet avec la souris. Toutes les relations mathématiques sont conservées permettant ainsi aux étudiants d'examiner toute une série de cas similaires en quelques secondes et les conduisant naturellement à des généralisations. Sketchpad favorise un processus de découverte durant laquelle les étudiants commencent par visualiser et analyser un problème pour ensuite formuler des conjectures avant de se lancer dans la preuve.

Le troisième pilotage (Université de Bari, Italie) et conclusion

par Yves Alvez, Jean-François Chesné et Marie-Hélène Le Yaouanq

PREMIERES IMPRESSIONS

Les actions menées ont montré un réel intérêt pour l'utilisation des logiciels de géométrie, aussi bien des stagiaires que des élèves, qu'ils aient déjà utilisé ou non ce type de logiciel. Elles ont aussi mis en évidence la nécessité d'assurer une formation adéquate des professeurs à la prise en compte de l'outil informatique dans le travail qu'ils effectuent avec leurs élèves.

Il s'agissait de permettre aux stagiaires d'utiliser les TICE en classe, en espérant que, malgré les contraintes matérielles éventuelles, leur première expérience se révèle suffisamment riche pour les inciter à continuer. Cet objectif a été majoritairement atteint par Créteil et Skärup.

EXPERIMENTATION DANS UNE INSTITUTION EXTERIEURE

L'Université de Bari, en Italie, a testé dans sa formation des professeurs stagiaires ce thème de la proportionnalité en géométrie en s'appuyant sur les actions de formation menées par l'IUFM de Créteil et le Skärup College of Education.

---

[6] Active on December 2006.

Cette expérimentation, dont le compte-rendu suit ci-dessous, a été menée à l'Université de Bari par R.I. Ancona and M.A. Giovinazzi, deux professeurs de collège.

Classes participantes:

Deux classes de collège, années 7/8 (élèves âgés de 12-13 ans):

- Scuola media statale "E. Fieramosca", Barletta (Ba) composée de 23 élèves.
- Scuola media statale "A. Manzoni", Massafra (Ta) composée de 25 élèves.

Durée, instruments et matériel

Il a été prévu, lors de la phase de préparation, de consacrer au moins 4/5 heures à des activités en laboratoire (en plus de l'activité de mathématiques en classe). Dans la mise en oeuvre effective 3 heures seulement ont été consacrées aux activités en laboratoire.

Outre les matériaux pédagogiques classiques, nous avons utilisé le logiciel "Geogebra" en classe A et "Cabri II plus" en classe B.

Analyse a priori des classes participant au projet et élaboration du plan de l'activité

En classe A il y a un large éventail de capacités; l'atmosphère est collaborative, les élèves sont généralement activement engagés dans des discussions collectives. Ils ont de bonnes compétences en informatique mais pas d'expérience préalable dans l'utilisation d'un logiciel dynamique de mathématiques.

En classe B, le niveau moyen est plus élevé (deux ou trois cas seulement d'élèves présentant des difficultés mathématiques importantes). Les élèves connaissent bien le logiciel Cabri.

Dans les semaines qui ont précédé l'expérimentation, le thème "rapports et proportions" a été introduit et traité dans les deux classes.

Les objectifs de l'expérimentation étaient les suivants:

- contrôler minutieusement les effets de l'utilisation d'un logiciel pédagogique interactif dans l'enseignement de la géométrie.
- vérifier si l'élaboration de fiches pédagogiques appropriées nous permet de contrôler le raisonnement intuitif stimulé par l'utilisation de ce logiciel.

Deux étapes relatives aux activités sur ordinateur ont été prévues:

- Introduction du logiciel Geogebra (cette phase a concerné une seule des deux classes participant au projet, l'autre classe étant dejà familiarisée avec Cabri).
- Distribution d'une fiche de travail pratique liée à la "Découverte du Théorème de Thalès".

Les questions à inclure dans la structure du projet différent de par leur nature et leurs objectifs. Nous avons prévu:

- des questions pour évaluer et tester les constructions faites à partir du logiciel;
- des questions pour une réflexion sur l'action dynamique effectuée;
- des questions sur les déductions hypothétiques et spontanées non-formalisées;
- des questions de contrôle des chemins de raisonnement antérieurs suivis.

La fiche a été distribuée aux élèves, ceux-ci travaillant en binômes.

Analyse et Réflexions sur l'expérimentation

Utilisation d'un logiciel interactif et comparaison

Nous n'avons relevé de difficultés significatives, relatives aux constructions proposées, dans ni l'une ni l'autre des classes. En revanche le peu de connaissances qu'ils avaient du logiciel Geogebra n'a pas permis aux élèves de l'utiliser pour calculer les rapports des côtés quand on a leur demandé de remplir un tableau sur les rapports des côtés des deux triangles. Ils ont ainsi été confrontés au problème du calcul approximatif, qui, lui, les a conduits à trouver la plupart du temps des valeurs "voisines " plutôt "qu'égales" ("nous observons que les résultats des divisions se ressemblent").

Les deux classes ont l'habitude de travailler en groupes de deux, surtout dans la salle informatique. La classe "experte en logiciel" a montré une plus grande capacité de synthèse, alors que dans l'autre classe il y avait un besoin manifeste de "décrire" la moindre observation dans tous ses détails. Les élèves avaient de bonnes discussions surtout dans les groupes de deux où la différence de niveau n'était ni excessivement grande ni petite.

Aspects dynamiques du raisonnement et conclusions

Dans la classe "*experte*" l'utilisation du logiciel Cabri a soutenu la construction du raisonnement; il a effectivement aidé à tester les idées intuitives que les élèves considéraient valides (par exemple, l'idée que beaucoup avaient et qu'ils ont rapidement réfutée, que "similitude" entre triangles implique "des rapports de côtés unitaires**"**). Dans le cas d'une ligne coupant le triangle par un point D, le seul aspect mis en évidence est la reconnaissance manifeste de triangles différents, dépourvue de réflexions sur les rapports des côtés.

L'utilisation du logiciel Geogebra a permis aux élèves de maîtriser certains aspects géométriques, mais les résultats des opérations à la calculatrice les ont gênés. Cependant la fiche de travail demandait aux élèves de déplacer D plusieurs fois et de noter le rapport; dans certains cas les valeurs étaient donc "presque complètement" égales; de plus la fiche leur a de nouveau demandé un travail sur les rapports présentant ainsi une phase complémentaire de contrôle du raisonnement antérieur.

Au cours de la phase finale, plusieurs groupes d'élèves par deux, confrontés au problème d'une autre ligne intersectant le triangle par D, ont eu tendance à vérifier les rapports.

Réflexions sur l'expérimentation dans sa globalité

Cette expérimentation tend sans aucun doute à confirmer que l'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique accroît l'intérêt de l'activité, rendant les objets géométriques dynamiques et confirmant/reflétant/construisant des images mentales. Néanmoins, on ne peut se passer de l'utilisation simultanée d'instruments qui permettent de contrôler la pensée intuitive accompagnant ce type de travail. En tout cas, la fiche de travail était à notre avis un instrument utile parce qu'elle permet non seulement de comprendre tous les processus impliqués mais aussi parce qu'un échange d'idées au sein de chaque groupe de deux était nécessaire pour la compléter. Ce qui manque, c'est sans aucun doute une phase complémentaire de "mise en commun" d'idées lors de la conception d'une "fiche de travail pour la classe".

DIFFERENCES

Des différences sont cependant apparues entre les différents partenaires concernant:

- Le choix du logiciel et les activités induites (les interfaces des logiciels induisent une façon de construire les figures qui infère sur les démarches et les apprentissages)
- L'objectif de la séance en classe en termes de contenu mathématique
- Les conditions de mise en oeuvre dans la classe
- Le degré d'intégration des TICE dans les curricula des différents pays
- La place réservée aux TICE dans la formation des professeurs
- Le degré de familiarité des formateurs avec les TICE, l'utilisation qu'ils en font à la fois avec leurs élèves en classe et dans la formation avec les stagiaires.

Le bilan de la séance menée en classe confirme l'intérêt de l'utilisation des logiciels de géométrie dynamique mais montre aussi que savoir bien les utiliser techniquement est insuffisant.

Il faut apprendre aux élèves à la fois à observer les résultats obtenus et à mettre ces résultats en rapport avec des connaissances acquises, si l'on veut qu'ils puissent dégager de manière autonome des conjectures pertinentes sur le phénomène étudié.

BILAN GLOBAL DE L'ACTION DE FORMATION POUR LES STAGIAIRES

Les trois actions de formation menées ont mis en évidence quatre phases de travail avec les stagiaires:

- Appropriation des logiciels de géométrie
- Conception d'une fiche élève
- Expérimentation en classe
- Mutualisation et analyse des expériences menées

Il semble que combiner ces quatre phases permette aux stagiaires de tirer un meilleur profit de l'action de formation.

Une alternative importante concerne le travail sur la conception d'une fiche élève. Est-il profitable d'élaborer une fiche élève commune à tous les stagiaires, et si oui à quel moment (avant ou après les séances menées en classe)?

Comme pour toute préparation de séance de formation, la question se pose de savoir s'il est plus judicieux de partir de la production individuelle de chaque stagiaire pour la faire évoluer lors de la mutualisation, ou de proposer un travail collectif de construction d'un document commun.

Le choix d'une fiche commune élaborée avant la séance en classe induit une gestion plus facile de la phase de mutualisation, permet de souligner l'influence des pratiques de classe sur les activités des élèves mais crée une difficulté éventuelle d'appropriation du document par chaque stagiaire.

En revanche, l'élaboration individuelle d'une fiche élève permet à chaque stagiaire de préparer intégralement sa séance, favorise son implication, et renforce sa responsabilité dans la construction et le déroulement de la séance mais peut ne pas les conduire à une analyse aussi approfondie, et ceci apparaît encore plus nettement pour une séance incluant l'outil informatique.

On peut faire l'hypothèse que la conduite d'une formation professionnelle est enrichie par la coexistence de ces différents types de scénarios.

Annexe A: ***Introduction à la proportionnalité en géométrie*** **– Fiche élève**

ACTIVITE INFORMATIQUE: TRIANGLES ET DROITES PARALLELES

Construction d'un triangle

Nous allons construire un triangle. Pour cela, il faut placer trois points.

Clique sur *Créer – Point – Point libre – dans le plan*.

Tu peux directement créer les trois points A, B et C.

Nous avons nos trois points A, B et C. Nous allons les relier pour achever le triangle.

Clique sur *Créer – Ligne – Polygone – Polygone défini par ses sommets*.

Tu définis ainsi le triangle T dont les sommets sont A, B et C.

Construction d'une droite parallèle à un côté du triangle

Nous allons tracer une droite (d) passant par un point M de la demi-droite [AB) et parallèle à la droite (BC).

Clique sur *Créer – Point – Point libre – Sur une demi-droite.* Choisis la demi-droite [AB) et appelle le point M.

Clique sur *Créer – Ligne – Droite – Parallèle*. Fais passer cette droite par M et indique qu'elle est parallèle à (BC). Appelle cette droite (d).

Il nous reste à nommer l'intersection des droites (d) et (AC).

Clique sur *Créer – Point – Intersection de deux droites*. Nomme ce point N.

A présent, fais bouger à l'aide de la souris les sommets du triangle et la position de la droite (d).

Affichage de longueurs

Maintenant, nous allons faire afficher des longueurs de segments.

Clique sur *Créer – Affichage – Longueur d'un segment*

Répète cette procédure à l'aide de la touche *Bis* pour faire afficher les longueurs des segments [AB], [AC], [BC], [AM], [AN] et [MN]. Choisis d'afficher ces longueurs avec deux décimales.

Reporte tes résultats dans les tableaux suivants:

AM	AN	MN
AB	AC	BC

AM	AN	MN
AB	AC	BC

Que peux-tu conjecturer sur les longueurs inscrites dans les lignes de ces tableaux?