

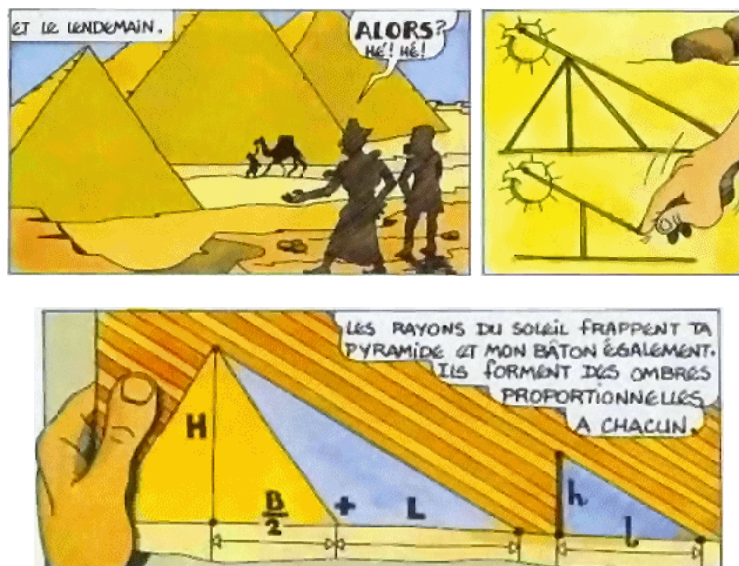
ÚVOD DO PODOBNOSTI V GEOMETRII

Yves Alvez, Jean-François Chesné a Marie-Hélène Le Yaouanq*

ÚVOD

Táto téma kombinuje tri základné aspekty vyučovania matematiky na druhom stupni. Prvý je definovaný pomocou matematického obsahu: zahŕňa pomer dĺžok, ktorý tvorí jedno z jadier žiackych vedomostí. Druhý aspekt zahŕňa didaktický prístup: kombinujúc geometrický rámec s numerickým kontextom. Tretí sa zaoberá použitím zdrojov a integráciou nových technológií. Kombinácia týchto troch aspektov tvorí integrálnu súčasť celkovej schémy tréningu budúcich učiteľov a je relevantná pre prácu s prácou budúcich učiteľov na vyučovaní v triede.

Táto iniciatíva bola pilotovaná dvoma nasledovnými partnermi - IUFM v Créteil, Stredoškolské Centrum, vo Francúzsku a na Skårup Seminarium v Dánsku - externý experiment bol pilotovaný na univerzite v Bari v dvoch triedach 7. ročníka druhého stupňa školy (žiaci vo veku 12-13 rokov).



Slávna legenda o meraní výšky egyptských pyramíd

* Institut Universitaire de Formation des Maîtres – IUFM de Créteil, Francúzsko.

Hlavná pilotáž

Yves Alvez, Jean-François Chesné a Marie-Hélène Le Yaouanq

PREZENTÁCIA NÁVRHU NA IUFM V CRÉTEIL

Tento návrh je experimentom realizovaným po prvý raz v rámci IUFM. Z celej škály tréningových návrhov ponúknutých budúcim učiteľom matematiky v počiatočnom tréningu sme vybrali pre projekt LOSSTT IN MATH úvod do podobnosti v geometrii. Táto iniciatíva demonštruje vôľu inštruktorov pripraviť tréningovú schému, ktorá kombinuje niekoľko modulov a súčasne berie do úvahy jej budúce aplikovanie pre projekt LOSSTT IN MATH, ale aj ako tréningový nástroj v rámci samotného IUFM.

Každoročne, závisiac na roku, prejde tréningom v IUFM Créteil asi 50 až 80 budúcich učiteľov matematiky pre kolégiá a lýceá. Modul je dlhý 42 hodín a jeho súčasťou je aj praktická výučba matematiky v triedach (modul A). Tento modul má za cieľ sprevádzať budúceho učiteľa, v spojení so vzdelávacím poradcom - tútorom, v jeho objavovaní učiteľskej profesie a v napomáhaní budovaniu jeho profesionálnej skúsenosti, poskytnúc mu vyučovacie pomôcky práve tak ako pedagogické a didaktické prvky reflexie: (oficiálne učebné osnovy, vytýčenie cieľových zámerov, príprava postupov a sekvencií, evaluácie dokumentov, uvedomenie si rôznorodosti žiakov, matematický obsah, špecifická práca v algebre alebo v geometrii ...).

Súčasťou je aj modul v geometrii, ktorý má za cieľ upevniť základ prínosov pre budúcich učiteľov, základ, ktorý im umožní vytvoriť, kontrolovať a viesť žiacke aktivity, na papieri a/alebo na obrazovke. Prvé tri semináre sú venované ovládaniu počítačových softvérových programov v dynamickej geometrii (Geoplan-Geospace, Cabri); každý budúci učiteľ teda dostáva príležitosť konštruovať útvary, nechať ich rozvinúť dynamickou cestou a uvádzať do činnosti špecifické softvérové závislosti (transformáciu, hľadanie lokalizácie, overovanie vlastností, štúdium funkcií odvodených z geometrickej situácie, atď.). Nasledujúce dva semináre umožňujú návrat k základnému učivu elementárnej geometrie cez tútorály a tvorbu rôznych plánov a aktivít vo vyučovaní geometrie v triede. Posledné dve voliteľné časti môžu poskytnúť príležitosti objaviť (alebo znovuobjaviť) elementárnym spôsobom tri geometrické transformácie: perspektívu, podobnosť a inverziu.

Ako v každom tréningovom návrhu, opis a reflexia budú realizované s duálnym chronologickým prístupom: inštruktorov voči budúcim učiteľom, nasledovaným prístupom inštruktorov zaujímajúcich sa o postupy budúcich učiteľov a ich efekt na žiakov.

Najprv preto špecifikujeme naše ciele a očakávania týkajúce sa budúcich učiteľov, a potom uvedieme tréningový návrh tak ako bol uskutočnený tohto roku, t.j. jeho vývoj od začiatku do konca. Po tomto uvedieme a posteriori analýzu, stále na dvoch úrovniach, na úrovni sekcie vedenej budúcim učiteľom v triede a na globálnejšej úrovni návrhu v jeho úplnosti. Napokon uvedieme niektoré perspektívy, ktoré sa

otvárajú pre nás ako inštruktorov na IUFM v Créteil a ako členov projektu LOSSTT IN MATH.

A PRIORI ANALÝZA

Módy tréningového návrhu sú prepracované na myšlienkových postupoch a nie iba úvahách, s vôľou konať aj pri kognitívnych aj pri nepriamych zložkách učiteľskej profesie.

Presnejšie, naše ciele v tomto návrhu sú:

- Zabezpečiť budúcim učiteľom prístup k IT (informačným technológiám) ako učiacim nástrojom, obzvlášť, aby si uvedomili prospech z použitia IT softvéru v dynamickej geometrii ako špeciálneho nástroja pre hypotézu a pre objavenie zovšeobecňujúcej vlastnosti.
- Nechať budúcich učiteľov pracovať na dizajne žiackych pracovných listov, kde pokyny nie sú limitované technickými aspektmi ovládania softvéru.
- Nechať budúcich učiteľov pracovať individuálne na detailnom a reálnom scenári. Za čo sú žiaci zodpovední a za čo je učiteľ zodpovedný? Ako sa dá pokaziť sekcia? Aké ťažkosti sa predpokladajú? Kde zaradiť etapy syntézy? Aké sú zámery (t.j.: výsledky a vlastnosti, ktoré žiaci majú získať ako vedomosti podľa kurikula)?
- Nechať budúcich učiteľov uvažovať kolektívne nad ich individuálnymi návrhmi, aby si museli obhájiť svoje voľby.
- Nechať budúcich učiteľov realizovať efektívne výučbu, na ktorej budú musieť pracovať kolektívne, aby si uvedomili, že to je možné, že "to funguje", dať im sebavedomie a povzbudiť ich zopakovať túto iniciatívu (a iné neobvyklé situácie).
- Zistiť ako môže nový učiteľ dobre využiť zdroje IT ako uľahčiť niektoré procesy učenia sa pre žiakov a zriadiť ich porovnanie s potenciálnymi aktivitami pre žiakov počas aktivity papier/pero.
- Rozvinúť použitie IT v stredoškolskom vzdelávaní v zhode s kurikulom.

VÝVOJ

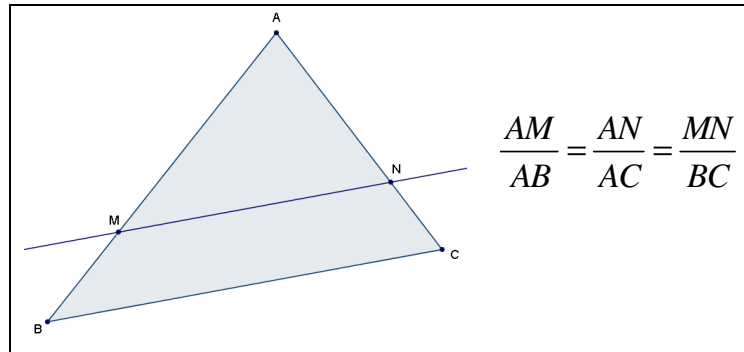
Tréningový návrh sa uskutočňuje v 4 etapách:

- Počas IT modulu (s dobrým využitím softvérových programov a inštrukcií)
- Počas modulu A (práca na scenároch)
- Počas efektívneho výstupu (sekcie v triede)
- Opäť v module A (syntéza skúseností)

Prvá etapa

Na konci prvého IT modulu venovaného iba ovládaniu softvérových programov dynamickej geometrie inštruktori požiadajú budúcich učiteľov aby pripravili aktivitu pre žiakov 3. ročníka zameranú na určovanie úmernosti. Táto príprava sa realizuje

mimo tréningových modulov a pozostáva z tvorby scenára a návrhu žiackeho pracovného listu. Budúci učelia majú voľbu dvoch tém – úvod k funkcii kosínus alebo uvedenie Thálesovej vety - a dvoch softvérových programov - Cabri alebo Geoplan-Geospace. Práce sa posielajú inštruktorom modulu A (praxe v triede). Modul IT je vedený dvoma inštruktormi pre skupinu asi pätnástich budúcich učiteľov. Tak ako aj pre modul A je vedený dvoma inštruktormi pre skupinu 20 až 25 budúcich učiteľov.



Thálesova veta

Vo Francúzsku, pre žiakov 3. ročníka podľa oficiálnych syláb platných v 2004-20051

Obsah	Zručnosti	Príklady aktivít, komentáre
Trojuholníky určené dvoma rovnobežnými priamkami pretínajúcimi dve rôznobežky	<p>Poznať a použiť pomer dĺžok strán dvoch trojuholníkov určených dvoma rovnobežnými priamkami pretínajúcimi dve rôznobežné priamky.</p> <p>V trojuholníku ABC, kde M je bod na strane [AB]² a N je bod na strane [AC], ak (MN) je rovnobežné s (BC), potom</p> $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$	<p>Rovnosť troch pomerov bude prijatá po precvičení špecifických prípadov. Pravdaže, úloha sa tiež rozširuje na prípad, kde M a N patria postupne do [AB) a [AC), ale nebudeme vyšetrovať prípad, keď [AM) a [AB) a aj [AN) a [AC) sú protiľahlé. Zovšeobecnenie Thálesovej vety sa bude študovať vo 4. ročníku.</p>

¹ V nových učebných plánoch pre 3. ročník (v účinnosti od septembra 2007), termíny použité na definíciu obsahu a zručností sú identické. Všetky korešpondujúce komentáre budú nahradené výrokcom: **«Rovnosť troch pomerov je povolená po predošlom štúdiu v špecifických prípadoch pomerov. Rozširuje sa na prípad, kde M a N sú na [AB) a [AC). Prípad, kde M a N nie sú na rovnakej strane ako A sa študuje. Zovšeobecnenie Thálesovej vety a jej reciprocita bude študovaná vo 4. ročníku.»**

² Vo Francúzsku [AB] označuje úsečku; [AB) označuje polpriamku; (AB) znamená priamku

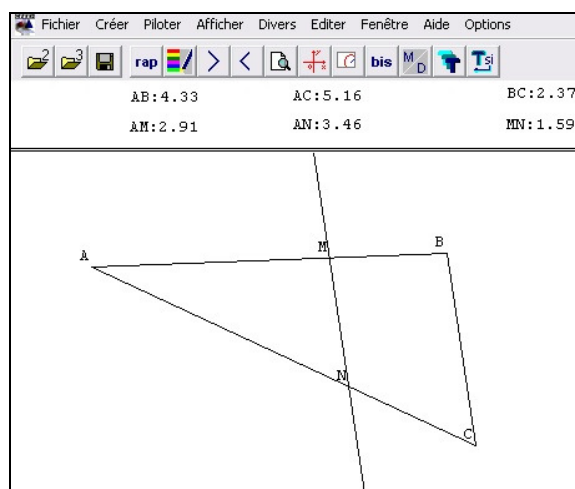
Druhá fáza

Inštruktori zainteresovaní do modulu A obdržali práce budúcich učiteľov, prečítali ich a okomentovali ich. Väčšina budúcich učiteľov si zvolila úvod do Thálesovej vety. Vyučovaciu jednotku tvorí niekoľko častí.

Začína s inštruktormi, ktorí vo všeobecnosti komentujú hlavne na dve opakované pozorovania. Na žiackych pracovných listoch budúci učitelia nezdôraznili pomernosť. Takmer každý pracovný hárok obsahuje pojem "podobnosť" vo svojom názve a objav podobnosti je hlavnou náplňou výučby! Napriek tomuto, rovnosti pomerov sú uvedené veľmi rýchlo bez možnosti demonštrovať pomer dĺžok strán trojuholníkov. Scenáre sú vcelku veľmi základné, rôzne časti sú iba stručne opísané, učiteľova časť je sotva badateľná. Navyše formulácia konečnej hypotézy nevyplýva zo skúmaných činností.

Vzápätí budúci učitelia pracujú v skupinách po 4, organizovaných inštruktormi v súlade s ich prípravami a tiež s ich aktivitou v predošlých moduloch. (Inštruktori sa usilujú vytvoriť, vhodným doplnením vedúcich, dynamické heterogénne skupiny). Ich úlohou je vypracovať kolektívny scenár a žiacky pracovný hárok, ktorý bude podkladom pre prezentáciu na videoprojektore v tretej časti sekcie.

Jeden z budúcich učiteľov preto bude potom prezentovať ostatným scenár rozpracovaný v rámci tejto skupiny. Ostatní z budúcich učiteľov kladú potom otázky, nútiac prezentujúceho a jeho skupinu odôvodniť svoje voľby a vzniknuté alternatívy. Inštruktori potom zhrnú prácu sekcie, poskytujúc ich vlastné komentáre. V závere je odsúhlasený jeden spoločný scenár blízky tomu, ktorý bol prezentovaný. Jeden z budúcich učiteľov je zodpovedný za koncipovanie a finalizovanie dokumentov, scenára a žiackych pracovných listov. Cieľom seminára je vytvoriť dynamický útvar tak, aby boli žiaci schopní formulovať hypotézu.



Príklad očakávaného útvaru

Tretia fáza

Efektívny prednes vo všetkých triedach, kde vyučujú budúci učitelia sa nemôže uskutočniť, pretože všetci budúci učitelia neučia v 3. ročníku. Tvorba videozáznamu sa realizuje v triede dobrovoľného budúceho učiteľa, bez akejkoľvek inštitucionálnej



evaluácie. Počas predchádzajúceho stretnutia, bezprostredne pred vyučovacou hodinou, budúci učiteľ predstavil svoju triedu a prezentoval svoj projekt jednému z inštruktorov. Rovnakým spôsobom po vyučovacej hodine *komentoval* niektoré jej časti priamo 'na mieste'.

Štvrtá fáza

Je to etapa návratu k modulu A. Budúci učiteľ, ktorý prezentoval sekciu, slovne opisuje ostatným svoje pocity o tom ako bol filmovaný a podáva krátke a posteriori analýzy vyučovacej hodiny. Inštruktori dokončia túto analýzu. Ostatní budúci učelia kladú otázky alebo pridávajú postrehy k tomu, čo bolo povedané, keď aj oni vyučovali toto učivo v triede. Avšak rozbor nafilmovaného videa alebo výber z neho sa s budúcimi učiteľmi nerealizuje. Z dvoch hlavných: štruktúra modulu A bola vypracovaná pred začiatkom tréningu a je veľmi komplexná. Typ realizovanej práce na úvode k pomerom v geometrii a niektoré najčastejšie sa vyskytujúce aktivity tejto špecifickej tréningovej iniciatívy boli zaradené počas kurzu v tomto roku. Pre krátkosť času nemohla priniesť nový prvok do tréningu. Po druhé, video práca je stále málo využívaná v tréningoch PLC2 matematiky na IUFM v Créteil a ani na strane inštruktorov ani na strane budúcich učiteľov sa nikto necítil celkom pripravený zaviesť tento nový nástroj ako integrálnu zložku tréningu.

SEKCIA V TRIEDE [*Táto časť je nasnímaná na video*]

Prezentácia kontextu

Sekcia IT bola realizovaná s triedou 3. ročníka z Edouard Herriot college, situovanom v Livry- Gargan, na východnom predmestí Paríža. Trieda má 23 žiakov, rozdelených do 2 skupín, jedna má 11 žiakov, s ktorými sa podobná sekcia už uskutočnila a druhá 12 žiakov; jeden žiak pripadá na jeden počítač.

Učiteľom je budúci učiteľ v počiatočnom tréningu na IUFM v Créteil. Podľa neho vedenie triedy nie je žiadny špecifický problém.

Ďalšie sledovanie žiackych prác sa realizovalo v triede na dennej báze a do úvahy sa berie ústna komunikácia počas výučby.

Vyučovanie je venované objaveniu Thálesovej vety v 3. ročníku. Na obrazovke a tabuli učiteľ použil softvér Geoplan; pri tejto príležitosti bol uvedený pre žiakov pojem menu nadol. Podľa učiteľových poznatkov, žiaci ešte nikdy nepoužili Geoplan ani neprišli do počítačovej miestnosti počas kurzu v tomto alebo v predchádzajúcich školských rokoch, ani v matematike ani v žiadnom inom predmete. Žiaci preto objavujú nový pracovný priestor.

Otázky, ktoré si môže učiteľ a priori sám položiť sú nasledovné:

- Ako budú žiaci reagovať na softvérový program? Budú vedieť ako použiť menu nadol? Budú napríklad vedieť ako nájsť priesečníky priamok?
- Ktoré otázky sa budú pýtať ohľadne vlastností softvérového programu? (Učiteľ zvlášť váha, či žiaci skúsia zistiť, či výpočet pomerov urobený na kalkulačke mohol byť uskutočnený s pomocou softvérového programu).



- Ako sa žiaci popasujú so svojimi pracovnými listami?

Čo sa týka hypotézy, učiteľ dúfa, že žiaci mu povedia, že dokončené tabuľky vyzerajú ako tie s pomermi a že toto tvrdenie bude odvodené z rôznych príkladov. Téma pomerov bola na programe počas predchádzajúceho týždňa, pri preskúšaní z 2. ročníka v numerickom alebo grafickom učive: byť schopný rozpoznať situáciu podobnosti (v tabuľke alebo v grafe), vypočítať štvrtý pomer.

Približne o pol hodiny neskôr učiteľ plánuje uviesť etapu syntézy a následne nechať žiakov písať do svojich zošitov, ponechajúc ich buď pred obrazovkami alebo rozdeliac ich pri tabuliach v strede miestnosti. Začiatok hodiny je napísaný na zadnú časť tabule. Plánuje im tiež načrtnúť osnovu postupu, aby sa jej držali.

Vývoj sekcie

Prvá perióda (16 min)

Pre každé dieťa je počítač. Softvérový program Geoplan je otvorený na každom monitore. Učiteľ rýchlo rozdá žiacke pracovné listy. Žiaci sa rýchlo pustia do práce a pomerne ľahko urobia začiatok nákresov. Majú pozoruhodnú tendenciu pozorovať susedovu obrazovku a pýtať sa vzájomne na svoj pokrok. Učiteľ prechádza miestnosťou, od počítača k počítaču.

Prvý problém vzniká, keď sa tvorí bod N. Druhé zaváhanie vzniká pri počte desatinných miest, ktoré sa majú objaviť pri dĺžkach úsečiek.

Napokon žiaci dostanú zobrazených požadovaných šesť dĺžok, potom ich učiteľ požiada aby vyplnili druhú tabuľku. Zobrazia počiatočný trojuholník, aby získali nové miery.

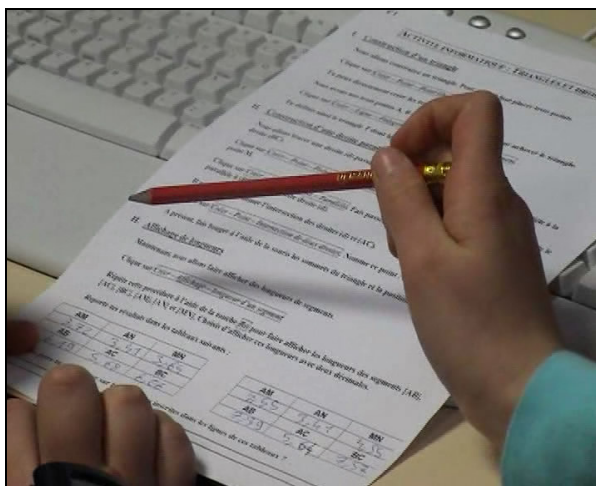
Druhá perióda (17 min)

V tejto etape sa žiaci zamýšľajú, najprv nad povahou úlohy (čo hypotéza znamená?) a potom nad úlohou samotnou (čo môžu asi tak navrhnúť?).

Potom sa učiteľ pokúša dostať ich na správnu stopu zmieniť sa o oboch tabuľkách a tom, čo bolo prebraté v triede minulý týždeň. Žiaci začínajú citujúc Pytagorovu vetu (robíme geometriu!), jeden z nich spomína pomer dĺžok.

Potom žiaci berú svoje kalkulačky, aby určili možný koeficient pomeru. Ale zoči-voči rôznym výsledkom zobrazeným na ich kalkulačkách váhajú a ťažko nachádzajú formuláciu hypotézy písomne. Vracajú sa viac k výpočtom v prvej tabuľke.

Učiteľ pristupuje k žiakovi a prechádza s ním prvý výpočet, potom ho požiada posunúť sa k druhej tabuľke: žiak sa zdá byť oveľa viac spokojný so zobrazenými podielmi, pretože každé z 3 desatinných čísel začína s 1,70.



Príklad žiackych tabuliek

Učiteľ ide späť k žiakovi, modifikuje počet číslic v desatinnej časti meraní zobrazených na obrazovke a požiada ho vziať do úvahy nové merania a vykonať nové výpočty.

Nasleduje krátka diskusia ohľadne povahy nákresu (pomer alebo nie), efektu presnosti meraní.

Učiteľ žiada žiakov vziať si ich zošity.

Tretia perióda (15 min)

Žiaci sa zorganizujú rýchlo tak, aby videli na učiteľa, nákres a aby mohli písať na tabuľu. (Niektorí žiaci sedia pri stoloch zoskupení v strede miestnosti; iní zostávajú tam, kde sú, otáčajúc sa ako je potrebné).

Učiteľ začína verbálnym tvrdením "Možno povedať, že dĺžky strán malého trojuholníka AMN sa javia v rovnakom pomere k dĺžkam strán veľkého trojuholníka ABC".

Potom preklopí tabuľu na ktorej je daná veta už napísaná a požiada žiakov si ju opísať do svojich zošitov.

Potom porozdáva útvar podobný tým, ktoré už študovali, umiestni jeden na tabuľu a potvrdí, že "v takej konfigurácii nákres je pomer jedna".

Učiteľ potom napíše nasledujúcu vlastnosť (prirodzene): v trojuholníku ABC, ak M je bod na strane [AB], ak N je bod na strane [AC] a ak priamky (MN) a (BC) sú rovnobežné, tak dĺžky strán trojuholníka AMN sú v rovnakom pomere k dĺžkam strán trojuholníka ABC. Žiaci si zapíšu vlastnosť do svojich zošitov.

A POSTERIORI ANALÝZA SEKcie V TRIEDE

Žiaci sú dobre vedení; ich zainteresovanosť je zjavná a nepretržitá.

Učiteľ nezahrnul žiadnu medzi-etapu syntézy: jeho vstupy sú vždy osobné; preto sa opakovane preberajú problémy, na ktoré narazili študenti.

V prvej etape (konštrukcia útvaru a zobrazenie dĺžok meraní), sa zdá, že použitie softvérového programu má významný hnací efekt na žiacku zaangažovanosť v



požadovaných úlohách. Štruktúra Geoplan-Geospace demonštrovala dôležitosť dizignovaných geometrických objektov: niekoľko žiakov bolo preto zmätených, keď malé písmená použité ako veľké písmená boli zamietnuté. Všeobecne povedané, nevyhnutnosť definovať objekty, ktoré majú byť vytvorené, nútila žiakov venovať viac pozornosti slovníku používanému v geometrii. Zobrazenie merania dĺžok tiež viedlo žiakov k položeniu otázok týkajúcich sa počtu cifier v desatinnej časti. Tak či onak, nepadla od nich žiadna otázka, týkajúca sa použitej jednotky dĺžky ani voľby počtu cifier, ktoré majú byť zobrazené.

Prechod od pozorovania k hypotéze nebol u žiakov spontánny. Dokonca ani po niekoľkých verbálnych pripomienkach od učiteľa si žiaci nespomenuli na žiadnu situáciu pomeru úsečiek. Iba keď sa učiteľ nástoľčivo vracal k iným nákresom používaným v prechádzajúcom týždni, jeden žiak spomenul pomer. “Efekt zabúdania” je tu jasne evidentný.

V tejto časti vyučovacej hodiny je potrebné si všimnúť, že učiteľ zámerne prijal stratégiu pozostávajúcu v zámene práce na meraní nákresov s pomocou kalkulačky za prácu založenú na pozorovaní priameho zobrazenia pomerov pomocou Geoplan-Geospace. Učiteľ uviedol dva dôvody pre oprávnenosť svojej voľby: najprv sa obával ťažkostí vzťahujúcich sa k ovládaniu softvéru žiakmi, pre ktorých toto bola prvá práca na Geoplan-Geospace, po druhé, vzal do úvahy prípravu výučby urobenú v tréningu, kde bolo spomenuté riziko nepochopenia podobnosti, keď sa priamo pracuje s pomermi.

Ale ťažkosti, na ktoré žiaci narazili so svojimi výpočtami a ktoré vyplynuli priamo z jeho voľby neboli predvídané učiteľom. Skutočne, výsledky zobrazené na kalkulačkách nie sú rovnaké. Je preto prirodzené, že žiaci nemajú tendenciu usudzovať na situáciu podobnosti. Učiteľ zvláda “túto didaktickú príhodu” navrhujúc žiakom zvýšiť počet desatinných miest v zobrazení dĺžok meraní.

Zdalo by sa, keď čítame žiacke pracovné listy, že druhá tabuľka bola zameraná na upevnenie presvedčenia odvodeného z práce na prvej: ale poradie v ktorom sú žiacke aktivity v skutočnosti robené – vyplňanie tabuliek, potom výpočet pomerov pre obe tabuľky, v protiklade k práci na jednej tabuľke, hypotéza, potom práca na druhej tabuľke – akoby protirečilo pôvodnému plánu, a preto významne zoslabilo proces experimentovania.

Napokon sa možno zamýšľať ako žiaci skutočne vnímajú podobnosť, pretože pozorovaná výučba nás môže viesť k presvedčeniu, že je to didaktická reprezentácia často používaná v triede – nákres – ktorý spúšťa rozpoznávanie matematickej situácie. Inými slovami, zdá sa tu zrejším, že pojem podobnosti nie je vhodný, a že je to zvyčajná reprezentácia, podporená rozpravou učiteľa, ktorá prináša požadovanú hypotézu.

Posledná perióda sekcie, prechod od hypotézy k vlastnosti, je dosť vľahne manažovaná učiteľom: žiadna práca na dôkaze, dokonca žiadny príhovor ohľadne tohto prechodu, o príčinách v pozadí jeho voľby. Možno sa zamýšľať nad efektmi na žiakov generovanými touto situáciou v termínoch učenia sa: nezostávajú žiaci fakticky na úrovni vnímania geometrie (možno vidieť, že... možno povedať, že...)?



Aký stav žiaci skutočne priradia cielenej vlastnosti počas výučby: univerzálny alebo vzťahujúci sa k ich nákresu? Je skutočne vždy pravdivý alebo iba v niektorých prípadoch, alebo niekedy "skoro pravdivý"?

Do konca výučby môže byť navrhnuté množstvo variácií:

- 2 žiaci k jednému počítaču.
- Nechať žiakov pracovať na nákrese (s ukázaním rúk) predtým ako ich nechať pracovať na počítačoch (priamky, pozorovania a prvé hypotézy).
- Nechať pomery zobrazit' softvérom Geoplan-Geospace.
- Stanoviť na prvom nákrese dĺžku strany [AB] trojuholníka a pozíciu M na [AB], potom posunutie M na [AB].
- Nechať žiakov začať zo situácií korešpondujúcich k pomerom $1/2$ alebo $1/4$.

A POSTERIORI ANALÝZA TRÉNINGOVÉHO NÁVRHU

Celý tento experiment je zdrojom pre nové otázky, týkajúce sa na jednej strane subjektu, ktorým sa zaoberáme v triede a na druhej strane tréningu učiteľov.

Učitelia sú v počiatocnom tréningu (a ostatní tiež) nútení riadiť sa oficiálnymi inštrukciami. Analýza výučby realizovanej v triede a zvlášť učiteľova voľba naznačiť zobrazenie pomerov pri použití tabuliek a kalkulačiek vedie k nasledovnej otázke: Podporuje formulácia Thálesovej vety ako sa v súčasnosti objavuje v osnovách prácu, ktorú treba urobiť na pomeroch alebo aspekt úmernosti v geometrii tak, ako to bude s podobnými trojuholníkmi v 5. ročníku? Odpoveď nie je inštitucionálna, keďže tento dvojité aspekt sa objavuje fakticky dosť explicitne v ľubovoľnom z troch stĺpcov osnov, obsah/zručnosti/komentáre. Preto zostáva na inštruktorovi usporiadať si myšlienky v pohľade na "príklady dobrej praxe" orientovanej na budúcich učiteľov: ak zvolí, aby žiaci pracovali priamo na pomeroch má zaiste výhodu umožniť im dospieť oveľa ľahšie k hypotéze, rovnosti pomerov, ale zahŕňa to podstatné riziko prehliadnutia úmernosti dĺžok. Na druhej strane, skúsiť nechať žiakov predpovedať situáciu úmernosti sa môže zdať zmysluplné, ale ťažšie dosiahnuteľné, s rizikom zmenšeného zaangažovania žiakov. Treba zdôrazniť, že v oboch prípadoch je práca realizovaná na meraniach a nie hodnotách.

Aby sa vzal do úvahy dvojité aspekt spomenutý vyššie a tiež a posteriori analýza výučby, zdá sa rozumné (a čítajúc nové osnovy, zdá sa, že to len podporujú) navrhnúť nasledovné kroky budúcim učiteľom:

- Z začať skúšaním jednoduchých prípadov na papieri.
- Nechať žiakov domyslieť si tieto špecifické prípady v termínoch ako "...viac krát ..." " ... menej krát ...".
- Preložiť túto domnienku vo forme rovnosti pomerov.
- Uchýliť sa k počítačovému softvéru v dynamickej geometrii, aby sa posilnila táto domnienka použitím zobrazenia pomerov.



- Zobrať cielenú vlastnosť v dvojitej verzii navrhovanej osnovami, a síce pomery dĺžky a rovnosti pomerov.

ZÁVERY

Popri tréningových cieľoch definovaných v prvej časti tejto prezentácie, bola a priori uskutočnená práca v tréningu založená na scenári jednej rovnakej výučby pre všetkých budúcich učiteľov a to pre dve hlavné príčiny:

- Uľahčuje modulovú prácu (pred a po).
- Napomáha štúdiu efektov učiteľských postupov na žiacke aktivity z jednej predpísanej úlohy.

Reflexia realizovaná počas a po tejto práci nám umožňuje myslieť si, že tento efektívny tréning sa naozaj zhoduje s počiatočnými cieľmi a zdá sa potvrdzuje významnosť tohto typu návrhu na niekoľkých úrovniach:

- Integrácia TICE (IT) v praktikách budúcich učiteľov
- Dôležitosť produkcie písaných scenárov a ich aplikácií
- Rôznorodosť a hĺbka výmen medzi budúcimi učiteľmi/inštruktormi a inštruktormi/ budúcimi učiteľmi
- Dedukcia ukázkového scenára, platnosť ktorého ešte bude musieť byť otestovaná, ktorý bude mať vysoký predpoklad vhodného použitia budúcimi učiteľmi a uspokojivým stupňom efektivity v triede (prvý bod ako nevyhnutný pre uskutočnenie druhého, ale v žiadnom prípade nie postačujúci).

Tak či onak, video práca realizovaná jedným budúcim učiteľom negarantuje žiadnym spôsobom dosah na ostatných budúcich učiteľov. Problém evaluácie získanej vedomosti žiakmi vo filmovanej triede budúcich učiteľov a tiež evaluácie efektu takého návrhu na prax ostatných budúcich učiteľov zostáva preto aktuálny.

DOPORUČENÁ LITERATÚRA

Alvez, Y., Le Yaouanq, M.-H., Carême, A., Chareyre, B., Cleirec, N., Gastin H., Guillemet, D. & Saint-Raymond C. (2005). *Collection Math'x: Seconde, Première S, Terminale S*. Editions Didier France.

Autour de Thalès (1995). Commission Inter IREM Premier Cycle.

Brousseau, G. (1995) Promenade avec THALES, entre la Maternelle et l'Université. In *Autour de Thalès*, IREM de Lyon Villeurbanne.

Hersant, M. (2005). *La proportionnalité dans l'enseignement obligatoire en France, d'hier à aujourd'hui*. Repères IREM N° 59, TOPIQUES éditions Metz

Robert, A. (2005). Quelles différences y a-t-il...? Exemples d'analyses didactiques d'exercices ou d'activités élèves (collège ou lycée). *Bulletin APMEP* 457, 226-238.

Web stránky³

Francúzske kurikulum

[<http://eduscol.education.fr/D0048/LLPPRC01.htm>] a

[<http://www.cndp.fr/secondaire/mathematiques/>]

A.I.D. (Association pour l'Innovation Didactique) C.R.E.E.M. (centre de Recherche et d'Expérimentation pour l'Enseignement des Mathématiques)

[<http://www.aid-creem.org/telechargement.html>]

C.R.E.E.M. bolo špecializované centrum v rámci CNAM (Conservatoire National des Arts et Metiers) vytvorené v roku 1972. Počas viac ako 10 rokov bol C.R.E.E.M. privilegovaným partnerom Ministerstva školstva (Ministry of National Education) v manažovaní lýceí a kolégií (Lycees a Colleges) a neskôr zodpovedný za rozvoj nových technológií (DITEN, a potom DISTNB). Dňa 26 februára 2003 CREEM nadobro ukončil svoje účinkovanie. Bol nahradený Asociáciou pre didaktické inovácie (Association for didactical innovations).

Geoplan/Geoplace

[<http://www.crdp-reims.fr/Ressources/lib/Titers-reseau.htm?produits/pdt118.htm>]

Geoplan-Geoplace je windowsovský matematický softvér pre použitie od základnej školy až po univerzitu. Geoplan-Geospace je softvér pre matematické konštrukcie, ktorý umožňuje dynamické a interaktívne reprezentácie. Umožňuje užívateľovi definovať a manipulovať numerické a geometrické objekty v rovine alebo v priestore (body, priamky, kruhy, gule, telesá, konvexné mnohosteny, čísla, transformácie, krivky, vektory, číselné funkcie, číselné postupnosti, prototypy, atď.). Tieto výtvary a manipulácie môžu byť zautomatizované pridaním nových príkazov.

Cabri [<http://www.cabri.com/v2/pages/fr/index.php>]

Cabri II Plus je nástroj na realizovanie geometrických konštrukcií, tak ako by ste ich robili na kúsku papiera s ceruzkou, pravítkom, kružidlom a gumou. Softvér prináša novú dimenziu do týchto konštrukcií: útvar a jeho prvky môžu byť voľne manipulovateľné používateľom a konštrukcia je okamžite aktualizovaná. Konštrukcie môžu byť integrované do dokumentov (pod Mac, Windows) alebo publikované na Internete (Cabri.Java).

³ Aktívny od decembra 2006.

Druhá pilotáž

Annette Jäpelt*

CIELE

Pre inštruktórov

- Vyvinúť plán hodiny zahŕňajúci program dynamickej geometrie.
- Naučiť sa ako používať informačné technológie vo vyučovaní.

Pre žiakov

- Naučiť sa ako používať softvérový program v dynamickej geometrii.
- Odvodiť súvislosť medzi úmernosťou a podobnými trojuholníkmi používajúc program dynamickej geometrie.

NÁVRH

Najprv sa budúci učitelia musia naučiť používať program dynamickej geometrie. My použijeme program Geometer, dánsku verziu tzv. Geometer Sketchpad. Prostredníctvom cvičení sa študenti zoznámia s najbežnejšími službami programu v rámci klasickej geometrie.

Následne sa pozrieme na myšlienku, na ktorú sa chceme zamerať: súvislosť medzi úmernosťou a podobnými trojuholníkmi.

Definícia: *Dva útvary sú podobné, ak jeden z nich je zväčšením druhého.*

Študenti vedia ako použiť súvislosť, ale zatiaľ nepreskúmali do hĺbky vety, ktoré špecificky aplikujú túto myšlienku.

Po hodine so žiakmi sa bližšie pozrieme na tieto vety, aby sme ich dokázali a používali. Čiastočne na vetu násobenia okolo bodu a čiastočne myšlienku podobných trojuholníkov a ich vlastností:

Trojuholník ABC má zhodné korešpondujúce uhly k trojuholníku $A'B'C'$.

Trojuholník ABC a trojuholník $A'B'C'$ majú korešpondujúce uhly, ktoré sa rovnajú.

Pomery medzi korešpondujúcimi stranami dvoch trojuholníkov sú rovné, t.j.:

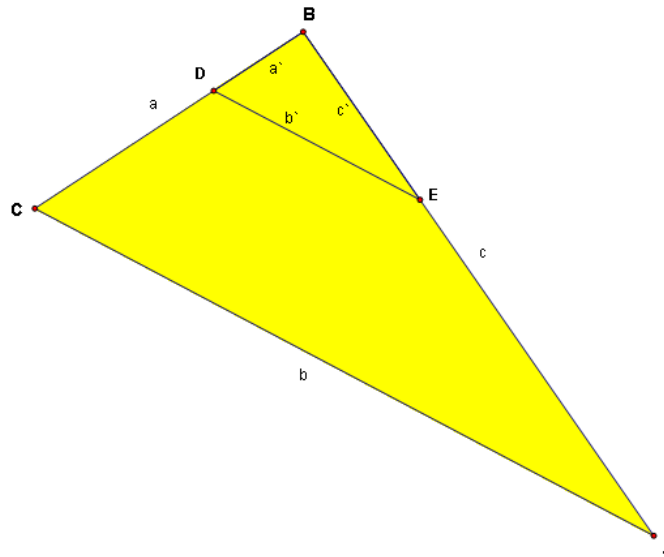
$$a'/a = b'/b = c'/c$$

Po tom ako sa budúci učitelia zoznámili s programom Geometer a vlastnosťami podobných trojuholníkov, ich úloha potom je pripraviť hodinu pre triedu (v škole). Cieľom úlohy je oboznámiť ich s programom a vlastnosťami podobných trojuholníkov.

* Skårup Seminarium, Dansko.

Kurz, ktorý tu končí je nasledovaný evaluáciou.

Neskôr budúci učitelia budú mať študijný týždeň v matematike, počas ktorého inštruktor plánoval dva dni znaleckého posúdenia úmernosti v geometrii.



Length of sides in the triangles

Triangle ABC	Triangle ADE
BC = 5,11 cm	BD = 1,70 cm
BA = 5,63 cm	BE = 1,88 cm
CA = 7,38 cm	DE = 2,46 cm

Ratio between the sidelengths in the triangles

$$\frac{BC}{BD} = 3,00$$

$$\frac{BA}{BE} = 3,00$$

$$\frac{CA}{DE} = 3,00$$

Angles in the triangles

Triangle ABC	Triangle ADE
$m\angle CBA = 86,66^\circ$	$m\angle DBE = 86,66^\circ$
$m\angle BCA = 49,62^\circ$	$m\angle BDE = 49,62^\circ$
$m\angle BAC = 43,72^\circ$	$m\angle DEB = 43,72^\circ$

Areas of the triangles

Triangle ABC	Triangle ADE
Area $\triangle BCA = 14,37 \text{ cm}^2$	Area $\triangle BDE = 1,60 \text{ cm}^2$

Ratio between the areas in the triangles

$$\frac{(\text{Area } \triangle BCA)}{(\text{Area } \triangle BDE)} = 9,00$$

Ilustrácia podobnosti

POKYNY PRE BUDÚCICH UČITEĽOV

V Skårup Seminarium je približne 25 budúcich učiteľov. Je tam široké vekové rozpätie a pomer pohlaví je približne pol na pol.

Pred začatím tejto fázy budúci učitelia praktizovali program Geometer ako úvod k jeho všeobecnejšiemu používaniu (operácie, nákresy, merania a výpočty). Toto bolo mienené iba ako cvičenie predtým ako budúci učitelia začnú pracovať na príprave hodiny pre žiakov.



Dala som budúcim učiteľom nasledujúci úvod:

„Vaše ciele pre nasledujúce dva týždne sú schopnosť urobiť úvod a vytvoriť dokument umožňujúci žiakom:

- Načrtnúť trojuholníky použijúc program Geometer
- Naučiť sa o úmere a podobných trojuholníkoch prostredníctvom programu dynamickej geometrie.

Budúci učitelia pracujú v skupinách a každá skupina robí návrh; celý tím potom vyberie najlepší.

Táto úloha by mala trvať jeden týždeň (štyri hodiny)“.

Sľúbila som učiteľovi v triede, v ktorej táto výučba bude pilotovaná, zosumarizovať túto časť. Ak je to potrebné, budem venovať jednu dodatočnú hodinu výučbe IT. Nechám žiakov použiť matematické vedomosti, ktoré predtým nadobudli, realizovať znalecký posudok, t.j. nájsť výšku stromu použijúc konkrétne merania a potom urobiť výpočty použijúc vlastnosti podobných trojuholníkov.

Tiež by sa mi veľmi páčilo brať do úvahy situácie reálneho života, kde žiaci môžu uviesť do praxe pojem úmernosti.

Budúci učitelia pracujú s programom Geometer v počítačovej miestnosti na súvislostiach s podobnými trojuholníkmi. Pracujú na zariadení vlastnosti 1 a 2 vyššie.

Navrhujem, aby budúci učitelia urobili nasledovné:

- Narysujte trojuholník ABC.
- Zväčšite alebo zmenšite trojuholník zadaným koeficientom použijúc inštrukcie v softvéri (výsledkom bude, že strany sú zväčšené/zmenšené daným koeficientom). Máte teraz nový trojuholník ADE.
- Zmerajte dĺžky strán dvoch trojuholníkov ABC a ADE.
- Nájdite vzťah medzi podobnými stranami dvoch trojuholníkov.
- Zmerajte uhly dvoch trojuholníkov.
- Nechajte body meniť sa.
- Nechajte pomer meniť sa.
- Odvodte vzťah medzi stranami a uhlami podobných trojuholníkov.
- Zmerajte obsahy dvoch trojuholníkov a odvodte vzťah medzi obsahmi.

Vo vyšších cvičeniach sme najprv menili strany a potom uhly.

V druhej metóde to tiež môžeme robiť obrátene, najprv zostrojiť rovnaké uhly a potom sa pozeráť na vzťahy medzi podobnými stranami. My začneme s rovnobežnými stranami a potom odvodíme, že trojuholníky sú podobné:



Postupujte nasledovne, použijúc Geometer.

- Narysujte trojuholník ABC.
- Narysujte úsečku vnútri trojuholníka. Táto úsečka musí byť rovnobežná s jednou stranou, napríklad rovnobežné strane BC. Teda máte nový trojuholník ADE.
- Zmerajte dĺžky strán.
- Nájdite vzťah medzi podobnými stranami dvoch trojuholníkov.
- Potom môžete meniť body a tiež rovnobežné úsečky.
- Odvodte vzťahy, ktoré sú medzi dvomi trojuholníkmi.
- Zmerajte obsah dvoch trojuholníkov a porovnajte vzťah medzi obsahmi a vzťah medzi stranami.

Uhly sú tu zhodné a zistíte, že dĺžky strán sú v rovnakom pomere. Ak vám zostane čas, môžete uvažovať, ktoré praktické príklady môžete včleniť.

V druhej metóde môžeme použiť inú cestu, najprv zostrojíme rovnaké uhly a potom hľadáme vzťahy medzi odpovedajúcimi stranami. Porovnaním dvojíc strán môžeme objaviť, že trojuholníky sú podobné.

Budúci učitelia pracujú na týchto bodoch počas dvoch hodín.

Inštruktor sa rozhodol ponechať celú skupinu inštruovať žiakov tak, aby budúci učitelia dobre pripravili hodinu a inštruovali žiakov.

Keďže väčšina žiakov musí sedieť sama alebo vo dvojiciach pri počítači, bude najlepšie mať jedného budúceho učiteľa pri každom počítači.

Žiaci zatiaľ nepoužili matematické programy takže bude prospešné, ak každý z nich môže mať osobné inštrukcie.

Ďalej budúci učitelia získajú dobrú predstavu, čo žiaci budú schopní porozumieť, keď neskôr pôjdu učiť celú triedu. Tiež dúfam, že toto povzbudí budúcich učiteľov používať IT v ich hodinách matematiky, keď sa neskôr tiež stanú učiteľmi. Odpor môžu prekonať a budú menej váhavo používať matematický softvér, keď sa sami stanú učiteľmi.

Budúci učitelia pracujú v skupinách na návrhoch pre hodiny so žiakmi. Vzápätí sa celá skupina rozhodne ako riadiť hodinu.

INŠTRUKCIE PRE ŽIAKOV

Plánovaná je jedna hodina. Hodina sa uskutoční v počítačovej miestnosti v Skårup Seminarium.

Inštrukcie budúcich učiteľov pre žiakov:

Hodina o podobnosti.

Začnite program GEOMETER od START

Zostrojte 3 body; A, B, C



Spojte body, aby ste vytvorili trojuholník

Zmerajte uhly trojuholníka

Zmerajte strany

Násobte dvoma z bodu A, t.j. zväčšite úsečky z bodu A (2:1)

Keď sú úsečky AB a AC zväčšené, nové body sú premenované. Spojte tieto dva body, aby ste vytvorili nový trojuholník.

Zmerajte dĺžky strán a uhly nového trojuholníka.

Vidíte nejaké podobnosti medzi dvoma trojuholníkmi?

Ktoré podobnosti vidíte?

Viete sformulovať vetu z vašich pozorovaní? Ak treba, narysujte viac trojuholníkov na overenie vašej vety.

*Zistite obsah dvoch trojuholníkov ($\frac{1}{2}$ výška * základňa)⁴*

Aký je vzťah medzi týmito dvoma obsahmi?

Niektorí budúci učitelia si zvolili pracovať nezávislejšie, ale väčšina z nich sa rozhodla použiť vytlačené inštrukcie.

POKROK V HODINE BUDÚCICH UČITEĽOV

Dve hodiny boli použité na samostatné otestovanie cvičení ako základu pre podobnosti. Počas týchto dvoch hodín budúci učitelia dospeli k podstatne rôznym zisteniam. Je výhodou pre každého používať IT, ale niektorí vďačne akceptovali klasické prostriedky a použili ich, zatiaľ čo ostatní nie sú veľmi sebedomí a sú veľmi pomalí; najväčšia skupina tak či onak leží medzi týmito dvoma extrémami.

Tak ako predtým, nasledujúce dve časti boli venované príprave hodiny pre žiakov a opäť, celá skupina vybrala najlepší návrh.

POKROK V HODINE ŽIAKOV

Z Øster Åby Friskole je dvadsať žiakov. Sú približne 14-roční.

Plánovaná je jedna hodina. Táto hodina sa uskutočňuje v počítačovej miestnosti na Skårup Seminarium. Žiaci majú malé vedomosti o podobnosti a nikdy nepoužili matematický softvér.

Niektorí z budúcich učiteľov navštívili triedu už raz predtým, počas hodiny o mobilných telefónoch. Učiteľ matematiky v triede bol prítomný počas hodiny, ale iba ako pozorovateľ.

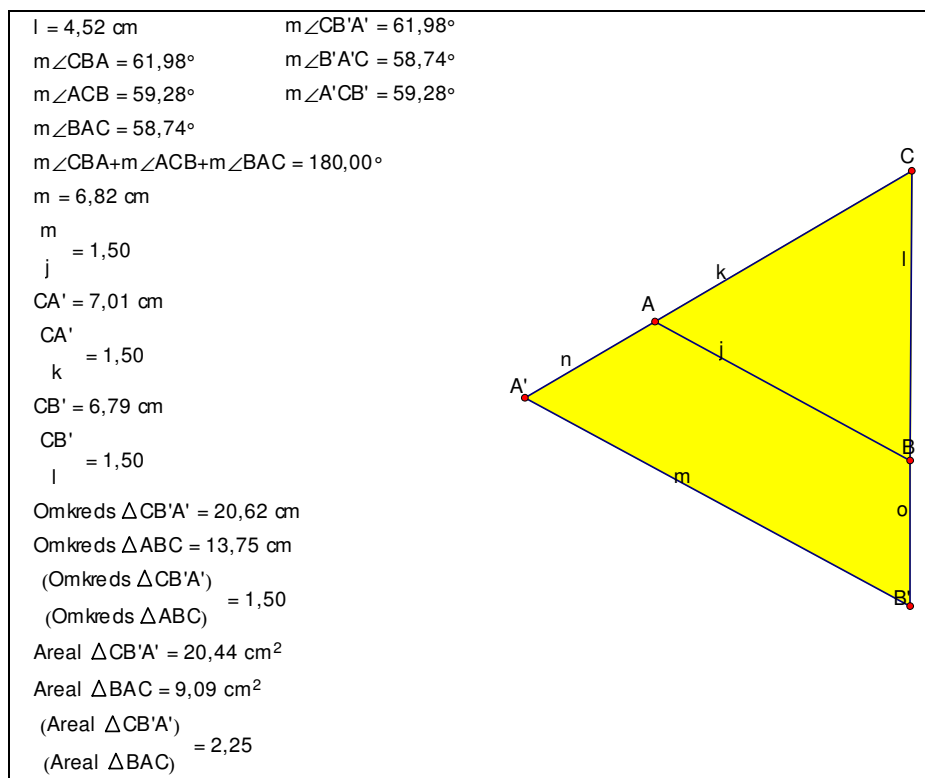
Žiaci budú pracovať jeden a jeden alebo dvaja a dvaja a aspoň jeden budúci učiteľ ich inštruuje na každom počítači.

⁴ Je možné merať obsah bez počítania a ja (ako inštruktor) som zistila, že je to oveľa lepšie v tejto etape, pretože tu nie je zameranie na to, ako vypočítať obsah, ale na podobnosť

Jeden z budúcich učiteľov krátko privítal triedu a uviedol hodinu. Potom žiaci začali pracovať používajúc Geometer. Úvod budúceho učiteľa pre žiakov je uvedený v "Inštrukciách pre žiakov".

Každá skupina dosiahla všetky opísané body. Spolupráca medzi žiakmi a budúcimi učiteľmi bola dobrá. Všeobecne povedané, žiaci boli aktívne zamestnaní vo všetkých bodoch vyžadujúcich použitie geometrického programu a budúci učitelia boli dobrí v pomáhaní im.

Niektorí žiaci boli úspešní v odvodení všeobecných záverov, ale variácia ich produktov bola široká, a pretože budúci učitelia chceli za každú cenu dostať výsledky, viedli niektoré deti k požadovanému záveru. Po hodine žiaci odovzdali svoju prácu.



Príklad jedného zo žiackych nákresov

Poznámka: Keďže všetky výpočty vnútri programu sú urobené priamo z meraných hodnôt, je ľahké urobiť priame porovnanie medzi pomermi bez toho, že sa berie do úvahy pozícia trojuholníkov vo vzájomnom vzťahu.

SPÄTNÁ VÄZBA BUDÚCIM UČITEĽOM

Spätná väzba od učiteľa matematiky tejto triedy bola, že považoval hodinu za dobrú.

Ako bázu pre dialóg som vytvorila evaluačnú schému pre budúcich učiteľov. Evaluačná schéma je ukázaná nižšie s niektorými odpoveďami už vloženými.

Úloha	Čo bolo dobré?	Čo bolo zlé?
Príprava na hodinu so žiakmi	<i>Práca dvaja a dvaja; mnoho nápadov vyšlo, bolo dobré vymieňať si/diskutovať ich. Najlepšia cesta učenia sa. Zistenie, ktoré vedomosti sa vyžadujú pred prácou s IT</i>	
Učenie sa žiakov	<i>Zaujímavé vidieť žiacke prekvapujúce skúsenosti typu "aha". Že museli atakovať problém sami.</i>	<i>Príliš málo priestoru v počítačovej miestnosti. Nie dosť počítačov, aby bol pre každé dieťa.</i>
Čo ste sa naučili z hodiny?	<i>Ako viete naplánovať hodinu v ktorej sú použité IT efektívnym spôsobom? Zistenie, že sa musím viac naučiť o programe Geometer. Asimilácia uľahčená použitím programu v matematike. Oveľa lepšie som porozumel programu, keď som ho používal na niečo konkrétne.</i>	

KOMENTÁRE

Nasledujúca sekcia s budúcimi učiteľmi je teoretickým spojením medzi úmernosťou a podobnými trojuholníkmi. Normálne by som si vybrala dokazovať vety o podobných trojuholníkoch a úmerou bez akejkoľvek aktivity objavovania, ale v tomto prípade je návrh v prvom rade o experimentovaní s vlastnosťami prostredníctvom IT. Diskusia sa v tomto prípade bude týkať poradia aktivít: najprv hypotéza a dôkaz alebo experimentovanie prostredníctvom IT. Osobne si myslím, že by sme nemali byť jednotní. Čo sa týka budúcich učiteľov, tam nie je žiadny dvojznačný názor. Zdá sa, že mladší by preferovali cestu IT zatiaľ čo ostatní sú v tomto viac rozdelení. Vysvetlením pre toto môže byť, že mladí budúci učelia sa viac vyznajú v počítačoch.

Pre mňa ako inštruktora aj pre budúcich učiteľov bolo veľmi podnetné byť priamo zainteresovanými v plánovaní hodiny tak ako v jej implementácii v triede.

Budúci učelia sú zvyčajne zainteresovaní ako poradcovia skôr ako účastníci počas praktického tréningu učiteľov: osobne, vďaka skúsenosti získanej z tohto projektu, sa budem snažiť to zmeniť. Bolo veľmi dôležité absolvovať celý proces, od počítačového učenia sa učiteľov až po ich účinkovanie v triede po príprave hodiny. Zainteresovanosť budúcich učiteľov bola značná a ich reflexia posilnená. Počet študentov aktívne zapojených vzrastá, pretože vidia priamy význam toho, čo sa vyučuje. Je vysoko motivujúce byť schopný uplatniť okamžite v praxi to, čo bolo naučené.



Želám si, aby celá príprava učiteľov mohla byť založená na pravidelnej interakcii medzi teóriou a praxou, takže aby sme možno každý mesiac mali dialóg o konkrétnych tréningových veciach.

Vzápätí

Budúci učitelia použili podobnosť čiastočne prostredníctvom praktických meraní.

Príklady tohto by mohli byť: šírka rieky, skúsenosť ako lesníci merajú výšku stromov, sklon strechy pre tesárov, interakcia s fyzikou/chémiou, čo sa týka vzdialeností vo vesmíre a určenia vlnovej dĺžky, interakcia s geografiou, čo sa týka mierok a čítania máp.

Podakovanie

Vďaka Øster Åby Free School, siedmej triede a ich učiteľovi matematiky, Brianovi M. Østergårdovi.

Tiež vďaka mojej matematickej triede 22.4 v Skårup Seminarium za ich láskavosť.

DOPORUČENÁ LITERATÚRA

Hessing, S. (1987). *Landmåling anvendt matematik og geografi*. Forlaget Brøns ApS

Jensen, A. B. (2002). *Manual til Geometer*, L&R Uddannelse

Thygesen, H. (1998). *Geometri med integration af informationsteknologi*. Gyldendal undervisning.

Web linky⁵

The Geometer's Sketchpad [<http://www.dynamicgeometry.com/>]

Sketchpad je nástroj na dynamické konštruovanie a skúmanie, ktorý umožňuje študentom skúmať a pochopiť matematiku spôsobmi, ktoré jednoducho nie sú možné s tradičnými nástrojmi — alebo s inými programami matematického softvéru. So Sketchpadom môžu študenti skonštruovať nejaký objekt a potom skúmať jeho matematické vlastnosti ťahajúc objekt myšou. Všetky matematické vzťahy sú zachované, umožniac študentom vyšetriť celú množinu podobných prípadov rádo za sekundy, vedúc ich prirodzenou cestou k zovšeobecneniam. Sketchpad napomáha procesu objavovania, v ktorom študenti najprv vizualizujú a analyzujú problém a následne robia hypotézy predtým ako sa pokúsia o dôkaz.

⁵ Aktívny od decembra 2006.

Tretia pilotáž (Universita v Bari, Taliansko) a Záver

Yves Alvez, Jean-François Chesné a Marie-Hélène Le Yaouanq

PRVÉ DOJMY

Realizované návrhy ukázali skutočný záujem aj od budúcich učiteľov aj od žiakov v používaní geometrického softvéru, bez ohľadu na to, či použili tento druh softvéru predtým alebo nie. Tiež odhalili nevyhnutnosť zaistiť, že učitelia sú náležite trénovaní ohľadne použitia IT ako nástroja v práci, ktorú robia so žiakmi.

Idea bola umožniť budúcim učiteľom použiť ICT v triede dúfajúc, že napriek možným materiálovým obmedzeniam, ich prvá skúsenosť sa ukáže dosť plodnou a povzbudí ich k pokračovaniu. Tento cieľ bol zväčša dosiahnutý v Créteil a Skärup.

TRETIA PILOTÁŽ

Téma úmernosti v geometrii bola testovaná v príprave budúcich učiteľov na univerzite v Bari použijúc tréningové návrhy realizované na IUFM v Créteil a na Skärup College of Education.

Dole nájdete sumár experimentu realizovaného na univerzite v Bari pánmi R.I. Ancona and M.A. Giovinazzi.

Zúčastnené triedy

Dve triedy 7./8, ročníka z druhého stupňa školy (žiaci vo veku 12-13 rokov):

- Scuola media statale "E. Fieramosca", Barletta (Ba) tvorená 23 žiakmi.
- Scuola media statale "A. Manzoni", Massafra (Ta) tvorená 25 žiakmi.

Časový rozvrh, nástroje a materiály

Vo fáze plánovania sme navrhli aspoň 4/5 hodiny laboratórne-založených aktivít (popri matematickej aktivite v triede). V aktuálnej implementácii boli iba 3 hodiny venované laboratórne-založeným aktivitám.

Popri štandardných vyučovacích materiáloch bol použitý softvér "Geogebra" v triede A a "Cabri II plus" v triede B.

A priori analýza tried zainteresovaných do vyučovacieho projektu a plánovanie aktivity

V triede A existuje široká škála zručností; pracovné prostredie je spolupracujúce, so všeobecne aktívnou účasťou žiakov na kolektívnych diskusiách. Žiaci majú dobré počítačové zručnosti, ale žiadnu predošlú skúsenosť s použitím dynamického matematického softvéru.

V triede B je priemerná úroveň vyššia (môže sa poukázať iba na dva alebo tri prípady malej kognitívnej ujmy). Žiaci sú experti v používaní Cabri.

V oboch triedach bola uvedená téma "pomery a podobnosť" a zaoberali sme sa ňou v týždňoch predchádzajúcim experiment.

Ciele experimentu boli nasledovné:

- detailné monitorovanie účinkov použitia interaktívneho edukačného softvéru pre vyučovanie geometrie;
- overovanie či nám vhodné štruktúrovanie vyučovacích pracovných listov umožní monitorovať intuitívne uvažovanie stimulované použitím tohto softvéru.

V dvoch etapách, vzťahujúcich sa k plánovaniu aktivity založenej na práci s počítačom sa uvažovalo o:

- uvedení Geogebra softvéru (táto fáza sa týkala iba jednej z dvoch tried zahrnutej do projektu, keďže druhá trieda už ovládala Cabri);
- rozdání praktických pracovných hárkov vzťahujúcich sa k "Objavu Thálesovej vety".

Typ otázok, ktoré mali byť zahrnuté do štruktúrovanej schémy sa mení v závislosti od ich povahy a cieľov. Uvažovali sme:

- otázky na reflexiu a testovanie softvérovo-založených konštrukcií;
- otázky na reflexiu o realizovaných dynamických akciách;
- otázky o neformalizovaných hypotetických a spontánných dedukciách;
- kontrolné otázky o predošlých cestách uvažovania pre žiakov pracujúcich v pároch.

Pracovný hárok bol rozdán žiakom pracujúcim v pároch.

Analýza a reflexie o experimente

Použitie interaktívneho softvéru a porovnávanie

Nezaznamenali sme relevantné ťažkosti v žiadnej triede týkajúce sa navrhovaných konštrukcií. Avšak ich obmedzená znalosť Geogebra softvéru neumožňovala žiakom použiť softvér pre výpočet pomerov medzi stranami, keď mali vyplniť tabuľku vzťahujúcu sa k pomerom medzi stranami dvoch trojuholníkov. Toto ich viedlo čeliť problému približného počtu, ktorý ich zas väčšinu času viedol k nájdeniu "blízky" skôr ako "rovných" pomerov ("poznáme, že výsledky rozdelení vyzerajú podobne").

Obe triedy sú zvyknuté pracovať v pároch, obzvlášť v počítačovom laboratóriu. Trieda, ktorá je "softvérovým expertom" ukázala väčšiu schopnosť pre syntézu, zatiaľ čo v druhej triede bolo jasné potreba "opísať" aj najmenšie pozorovanie veľmi detailne. Diskusie boli dobré obzvlášť v pároch s rozdielnou úvahou, ktorá nebola ani výrazne vysoká ani nízka.

Dynamické aspekty uvažovania a dosiahnuté závery

V "expertnej" triede použitie Cabri podporilo konštrukciu uvažovania; vlastne pomohlo testovať intuitívne myšlienky, ktoré žiaci považovali za platné (napríklad,



myšlienka ktorú mnohí mali a rýchlo odvrhli, že “podobnosť” medzi trojuholníkmi implikuje “jednotné pomery medzi ich stranami”). V prípade priamky pretínajúcej trojuholník v bode D je napriek tomu jediný výraznejším aspektom jasné rozlíšenie rôznych trojuholníkov bez reflexie o pomeroch medzi stranami.

Použitie Geogebra umožnilo žiakom kontrolovať niektoré geometrické aspekty, ale výsledok operácií s kalkulačkami priniesol rozpaky. Pracovný list žiadal žiakov pohnúť bodom D mnohokrát a zaznamenávať pomer; preto v niektorých prípadoch boli hodnoty “takmer úplne” rovnaké; navyše sa pracovný list zameral opäť na pomery, čiže ustanovil ďalšiu fázu kontroly predchádzajúceho uvažovania.

Vo finálnej fáze malo niekoľko párov tendenciu kontrolovať pomery, keď čelili problému ďalšej priamky pretínajúcej trojuholník v bode D.

Reflexie na celý experiment

Tento experiment má snahu potvrdiť, že použitie softvéru dynamickej geometrie pridáva hodnotu aktivite, robiac geometrické objekty dynamickými a potvrdzujúc/konštruujúc mentálne obrazy. Napriek tomu sa nemožno zaobísť bez simultánneho použitia nástrojov, ktoré dovoľujú overenie intuitívnych myšlienok sprevádzajúcich tento typ práce. Veríme, že pracovný list bol každopádne užitočný nástroj nielen pre pochopenie všetkých procesov, ktoré sa uskutočnili, ale aj preto, lebo jeho vyplňanie zahŕňalo analýzu myšlienok v rámci párov. Čo určite chýba, je ďalšia fáza všeobecného “analýzy” myšlienok, keď sa vytvára “triedny pracovný list”.

ROZDIELY

Tak či onak, objavili sa niektoré rozdiely medzi rôznymi partnermi týkajúce sa:

- voľby softvéru a súvisiacich aktivít (softvérové rozhrania viedli ku konštrukcii útvarov určitým spôsobom, majú vplyv na uvažovanie a učiace sa procesy)
- cieľa sekcie v triede z hľadiska matematického obsahu
- podmienok vyžadovaných pre implementáciu v triede
- stupňa integrácie ICT do kurikula v rôznych krajinách
- dôležitosť prisudzovanej ICT v príprave učiteľov
- oboznámenosti inštruktorov s ICT, ako ich využívajú pri vyučovaní svojich žiakov a pri príprave budúcich učiteľov.

Ohodnotenie sekcie v triede potvrdzuje prospech používania dynamickej geometrie, ale tiež odhaľuje, že iba poznanie ako ho dobre používať technicky nie je postačujúce.

Žiaci sa majú učiť ako študovať výsledky, ktoré dosiahli a ako ich vzťahovať k predtým získaným vedomostiam, ak majú vyvodit' sami, z ich pozorovaní platné hypotézy.



CELKOVÉ OHODNOTENIE TRÉNINGOVÉHO NÁVRHU S BUDÚCIMI UČITEĽMI

Tri tréningové návrhy poukázali na štyri etapy v práci uskutočnenej s budúcimi učiteľmi:

- použitie geometrického softvéru;
- návrh pracovného hárku pre žiakov;
- implementácia v triede;
- variabilnosť a analýza realizovaných experimentov.

Ukáže sa, že prospech, ktorý budúci učitelia získajú z tréningového návrhu je oveľa väčší, keď sa kombinujú tieto štyri etapy.

Návrh pracovného hárku pre žiakov prináša jednu podstatnú alternatívu: je výhodné pripraviť pracovný hárk pre žiakov spoločne pre všetkých budúcich učiteľov a ak, tak v ktorej etape (pred alebo po sekciách uskutočnených v triede)?

Otázka v príprave akejkoľvek tréningovej sekcie je či je zmyslupľnejšie začať z dokumentu vytvoreného každým budúcim učiteľom individuálne a kolektívne ho rozvíjať počas štvrtej fázy alebo navrhnúť kolektívnu spoločnú prácu na konštrukcii jedného dokumentu.

Zo zvoleného vytvoreného jedného pracovného listu spoločného všetkým budúcim učiteľom pred výučbou v triede vyplýva, že vo štvrtej fáze sa ľahšie kladie dôraz na vplyv postupov v triede ohľadne aktivít žiakov. Avšak toto robí individuálne používanie dokumentu pre každého budúceho učiteľa potenciálne zložitejším.

Na druhej strane, vytvoriac pracovný list pre žiakov individuálne umožňuje každému budúcemu učiteľovi pripraviť jeho celú výučbu, teda napomáha jeho zainteresovanosti a zdôrazňuje jeho zodpovednosť za konštrukciu a rozvoj výučby, ale nevedie ich k takej vyčerpávajúcej analýze; toto platí ešte viac v prípade výučby zahŕňajúcej použitie IT.

Prognóza je, že odborný tréning bude obohatený koexistenciou všetkých týchto rôznych typov scenárov.

Príloha A: Úvod do podobnosti v geometri – Pracovný hárok pre žiakov
NA POČÍTAČI: TROJUHOĽNÍKY A ROVNOBEŽNÍKY
Konštrukcia trojuholníka

Ideme konštruovať trojuholník. Na to potrebujeme tri body.

Kliknite na **Vytvorte – Bod – Voľný bod – V rovine**

Môžete priamo vytvoriť tri body A, B a C.

A, B, C sú tam. Pospájame ich, aby sme dokončili trojuholník.

Kliknite na **Vytvorte – Priamka – Mnohosten – Mnohosten podľa vrcholov**

Takto bol vytvorený trojuholník T. Jeho vrcholy sú A, B a C.

Konštrukcia priamky rovnobežnej s jednou stranou trojuholníka

Ideme narysovať priamku d, ktorá prechádza bodom M na polpriamke AB, rovnobežne k úsečke BC.

Kliknite na **Vytvorte – Bod – Voľný bod – Na polpriamke**. Vyberte polpriamku AB a pre bod na nej zvolte M.

Kliknite na **Vytvorte – Čiara – Priamka – Rovnobežná**. Uistite sa, že táto priamka ide cez bod M a je rovnobežná s úsečkou BC. Nazvite túto priamku d.

Teraz musíme napísať meno bodu, kde sa priamka d a úsečka AC pretínajú.

Kliknite na **Vytvorte – Bod – Priesečník 2 priamok**. Nazvite tento bod N.

Teraz kliknite na vrcholy trojuholníka a na priamku d a ťahajte ich.

Zobrazenie dĺžok

Teraz chceme zobraziť dĺžky niektorých úsečiek.

Kliknite na **Vytvorte – Zobraziť – Dĺžka úsečky**

Použite skrinku nástrojov Bis na zopakovanie tejto procedúry, aby ste za sebou získali dĺžky úsečiek AB, AC, BC, AM, AN a MN. Čísla nechajte zobraziť na dve desatinné miesta. Vaše výsledky vložte do nasledovných tabuliek:

AM	AN	MN
AB	AC	BC

AM	AN	MN
AB	AC	BC

Aké súvislosti viete nájsť medzi číslami napísanými v týchto tabuľkách?