

# SLOVNÍ ÚLOHY ZE „SKUTEČNÉHO ŽIVOTA“

Lucia Doretti\*

## ÚVOD

Považujeme za důležité, aby studenti učitelství matematiky ovládali jak řešení matematických úloh, jejich výběr a analýzu, tak schopnost uvést je ve výuce takovým způsobem, aby dobře stimulovaly myšlenkové procesy žáků. Učitel musí z hlediska organizace výuky učinit několik rozhodnutí: musí vybrat a systematizovat „dobré“, ve společných fázích výuky (diskusích) se vyrovnat s osobními řešeními jednotlivých žáků, hledat způsob, jak žáky usměrnit od individuálních řešení k řešením odborným, které jsou skutečným cílem zadané úlohy. V tomto světle se a priori analýza stává profesním nástrojem, který učitelům pomáhá při výběru a rozhodování (Charnay, 2003). Návrh slovní úlohy ze „skutečného života“ patří do řady takových výukových materiálů, které rozvíjejí práci se slovními úlohami. Studenti začínají a priori analýzou, díky níž identifikují relevantní matematické pojmy a rozhodnou, zda, jak a s jakými cíli může být úloha využita ve výuce. Předkládaný návrh nabízí možnost vybrat alespoň jednu z nabízených úloh: „To je rodina!“<sup>1</sup>, „Podivné obarvení“<sup>2</sup>, „Pronásledování“<sup>3</sup>, které jsou převzaté z Rallye Mathématique Transalpin (RMT) (Transalpská matematická soutěž).



\* Dipartimento di Scienze Matematiche e Informatiche, Università di Siena, Itálie.

<sup>1</sup> 12. RMT, Test I – Rok 2004

<sup>2</sup> 12. RMT, Test II – Rok 2004

<sup>3</sup> 11. RMT, Test I – Rok 2003

## Hlavní pilotáž

di Lucia Doretti

### NÁVRH

Návrh Slovní úlohy ze „*skutečného života*“ je prvním ze dvou návrhů realizovaných v rámci projektu LOSSTT-IN-MATH, v toskánském SSIS (Škola pro vzdělávání učitelů pro střední školy), Siena.

Na SSIS je zařazen modul věnovaný řešení úloh. V tomto modulu vedeme prostřednictvím *Rallye Mathématique Transalpin* (RMT) naše posluchače k tomu, aby si uvědomili, jak významnou roli hraje řešení slovních úloh v matematickém vzdělávání žáků. RMT je mezinárodní matematická soutěž určená pro žáky základních i středních škol. Její náplní je řešení úloh.<sup>4</sup> (Jaquet, 1999). Někteří naši posluchači se na RMT přímo podílejí, obzvláště na těch částech, které mají vztah k didaktickému výzkumu (Crociani et al., 2001; Crociani, Doretti, Salomone, v tisku). Úlohy jsou do RMT vybírány podle jejich charakteru: musejí být z hlediska matematiky relevantní a musí být možné propojit je se školní výukou matematiky. Úlohy dále musejí žáky motivovat a stimulovat jejich zájem, musejí odpovídat kognitivnímu vývoji žáků v určitých stádiích, musí být možné řešit je s použitím různých strategií a musejí skýtat možnost rozvoje dětských způsobů znázorňování úlohy.

V roce 2004-05 jsme na návrhu pracovali s posluchači prvního ročníku SSIS, větev přírodních věd, kteří chtějí získat pedagogickou kvalifikaci pro výuku matematiky a přírodních věd pro 2. stupeň základních škol a nižší gymnázia. V semináři bylo 15 posluchačů, z nichž žádný neměl vysokoškolské vzdělání v oboru matematika.

Rozhodli jsme, že se budeme věnovat úloze „*To je rodina!*“, jejíž řešení vyžaduje spíše schopnost logického uvažování a odvozování než odborné matematické znalosti. Myslíme si, že tento typ úloh se dá velmi dobře uplatnit v didaktické praxi, protože vede k rozvoji dovednosti žáků v oblasti dedukování a vyvozování závěrů.

#### ***To je rodina!***

*Pan a paní Početní mají 5 dětí. Věk každého dítěte je jiné sudé číslo. Třem dcerám je dohromady 30 let, synům 14 let. Dvěma nejstarším dětem je dohromady 26 let, nejmladším dvěma dětem je dohromady 10 let.*

*Napište, jak staré je každé z dětí, a jasně určete, zda jde o chlapce či dívku.*

*Vysvětlete svůj postup a najděte všechna existující řešení.*

Toto zadání jsme předložili našim posluchačům, kteří pracují ve skupinách. Mají prodiskutovat a analyzovat úlohu a vyslovit hypotézy o tom, jaká znázornění, strategie a myšlenkové postupy budou žáci pravděpodobně při řešení úlohy používat

<sup>4</sup> Cíle RMT jsou jasně stanovené: řešení úloh, interaktivní práce, odpovědnost třídního kolektivu, explicitní popis postupu použitého při řešení úlohy, odůvodnění nalezených řešení.

i jaké obtíže a chyby se mohou při řešení úlohy objevit. V pozdější fázi je tato úloha zadána žákům v několika třídách. Žáci při řešení úlohy pracují ve skupinách a poté společně s naším posluchačem porovnávají jednotlivé použité postupy. Práce na projektu se uzavírá zpět v semináři, kde naši posluchači referují o průběhu výuky a analyzují všechna žakovská řešení. Tato řešení jsou posluchači rozebrána ve světle předchozí *a priori* analýzy.

## **Rozvíjená matematická témata:** Řešení úloh

### **Cíle**

#### *Pro vedoucí semináře*

- Stimulovat studenty, aby využívali takové výukové metody, které uznávají ústřední roli řešení slovních úloh při rozvoji matematických znalostí.
- Pomáhat studentům učitelství při provádění *a priori* analýzy úlohy i při následné *a posteriori* analýze žakovských řešení.
- Poskytovat instrukce a zpětnou vazbu.

#### *Pro studenty učitelství*

- Přemýšlet o této úloze a o roli, kterou hraje v rámci matematického vzdělávání žáků.
- Pracovat s úlohou, k jejímuž vyřešení nestačí aplikovat známé postupy, ale je třeba hledat strategie, formulovat a ověřovat hypotézy.
- Provést *a priori* analýzu úlohy před jejím zadáním ve výuce; předem zhodnotit matematické pojmy, se kterými se v úloze pracuje nebo které by mohly být potřeba při jejím řešení, předpovědět žakovské strategie řešení, způsoby znázornění, obtíže, překážky a možné chyby.
- Pozorovat žáky pracující ve skupinách při řešení úlohy.
- Uvědomit si klíčovou roli, jakou hraje spolupráce při řešení úloh v sociálním, emocionálním i kognitivním vývoji.
- Rozvíjet schopnost analyzovat žakovské práce nejen z hlediska použitých pojmů, možných obtíží a chyb, ale též s ohledem na smysluplnost, důslednost a formulace poskytnutých odpovědí.
- Přemýšlet o rozdílech, které vznikly mezi předpoklady *a priori* analýzy a výsledky *a posteriori* analýzy žakovských řešení.
- Využít informace získané z *a priori* i *a posteriori* analýzy úlohy k formulování hypotéz o možných zásazích učitele do procesu řešení.

#### *Pro žáky 2. stupně*

- Naučit se řešit úlohy, které vyžadují hledání vlastního osobního řešení a stimulují a motivují žáky k aktivní práci v hodinách matematiky.
- Naučit se spolupracovat ve skupinách a osvojit si základní pravidla vedení odborné debaty: svobodně vyjadřovat myšlenky, hypotézy, odůvodnění; vše sdílet, diskutovat, společně se rozhodovat, kontrolovat a ověřovat ...



- Naučit se od ostatních nové postupy řešení a způsoby znázorňování.
- Rozvíjet metakognitivní schopnosti prostřednictvím úvah o myšlenkových procesech, které řídily postup řešení a které umožnily odůvodnit odpověď a vysvětlit, proč žák zvolil daný postup.
- Stimulovat vyslovování hypotéz a dedukci.

### **Popis aktivity**

Aktivita proběhla ve třech etapách. První a třetí etapa, z nichž každá trvala 5 vyučovacími hodinami, se účastnilo 15 posluchačů 1. ročníku SSIS se specializací na přírodní vědy; druhá etapa trvala 2 hodiny, proběhla na nižším gymnáziu a vedli ji 2 posluchači SSIS.

#### Etapa 1 (v semináři na VŠ)

- Vedoucí semináře se studenty prodiskutují význam pojmu slovní úloha, jaké různé typy slovních úloh existují a jak se dají využívat ve výuce.
- Studenti učitelství pracují v malých skupinách, je jim předloženo zadání slovní úlohy převzaté z RMT, hledají řešení úlohy a na základě předložených úkolů provádějí a priori analýzu úlohy.
- Každá skupina představí ostatním studentům výsledky své práce a okomentuje jak své strategie řešení, tak a priori analýzu úlohy. Následuje společná diskuse
- Je proveden zápis společné a priori analýzy úlohy.
- Studenti plánují přípravu hodiny, ve které budou žáci slovní úlohu řešit v malých skupinách.
- Jsou vybráni dva studenti, kteří úlohu zadají, odučí a shromáždí vypracovaná žákovská řešení.

#### Etapa 2 (na nižším stupni gymnázia)

Student učitelství přítomný ve výuce:

- zadá úlohu žákům pracujícím ve skupinách a motivuje je k práci na ní.
- sleduje práci v jedné ze skupin ve všech fázích řešení úlohy.
- řídí závěrečný rozbor řešení, která vznikla v jednotlivých skupinách.
- vybere žákovské práce.

#### Etapa 3 (v semináři)

- Dva studenti, kteří realizovali experiment ve výuce, popíší svoje zážitky.
- Studenti učitelství rozdělení do malých skupin analyzují vybrané žákovské práce a zapisují si poznámky.
- Studenti společně diskutují o analýzách žákovských prací v porovnání s předpoklady z a priori analýzy úlohy.
- Vedoucí semináře a studenti společně zvažují možné didaktické zásahy, které by žákům pomohly uvědomit si, kde dělají chyby a překonat obtíže.

## Úkoly

### a) Úkoly pro studenty učitelství

- Které prvky této úlohy se odlišují od klasických učebnicových úloh?
- Jaký matematický obsah je v úloze?
- V jakých třídách by se dala úloha zadat?
- Jaké matematické pojmy mohou žáci používat?
- Jaký typ znázornění úlohy mohou žáci používat?
- Jaké strategie mohou používat?
- Budou žáci schopni určit si kritéria, podle kterých poznají, zda je jejich odpověď správná?
- Na jaké problémy mohou žáci narazit a jaké chyby mohou dělat?
- Naplánujte možný zásah do řešení analyzované úlohy, tento zásah rozeberte v rámci a posteriori analýzy a navrhněte možné změny a úpravy.
- Porovnejte a okomentujte žakovské postupy řešení úlohy i způsob odůvodnění tohoto postupu.
- Jaké didaktické zásahy by mohly být použity, aby pomohly žákům překonat potíže a vyvarovat se chyb?

### b) Zadání pro žáky 2. stupně ZŠ a nižších gymnázií

- Rozdělte se do skupinek a pečlivě si přečtěte zadání úlohy.
- Ve skupině spolupracujte a podělte se o své nápady.
- Ujistěte se, že rozumíte informacím i požadavkům v zadání úlohy, zvolte způsob znázornění dané situace a určete možnou strategii řešení.
- Zkontrolujte svá rozhodnutí a získané výsledky.
- Přemýšlejte o svém postupu řešení a odůvodněte jednotlivé kroky.
- Společně jako celá třída proberte použité postupy řešení a způsoby znázornění.

## Pilotáž

### a) V semináři

V první hodině vyučující se studenty prodiskutoval význam pojmu slovní úloha, jaké různé typy slovních úloh existují (slovní úlohy aplikující poznatky, slovní úlohy na získání nových znalostí, slovní úlohy poskytující uspokojení z hledání a nalézání) a jak se dají různě využívat ve výuce.

Poté jsme studentům zadali slovní úlohu „To je rodina!“. Studenti pracovali ve skupinkách po dvou nebo po třech. Každá skupina dostala zadání úlohy i s jednotlivými úkoly a otázkami, na něž měli písemně odpovědět. Cílem těchto otázek bylo získat informace o matematických znalostech, způsobu znázorňování, odůvodňování, strategiích, obtížích i chybách, které by se mohly u žáků objevit.



Cílem vyučujících v semináři bylo ukázat studentům učitelství význam a priori analýzy úlohy, která pomáhá lépe zhodnotit didaktický potenciál úlohy a možnosti jejího použití ve výuce.

Studenti v každé skupině měli hodinu a půl na to, aby o úloze přemýšleli, vyřešili ji a s pomocí zpětného projektoru informovali o svém postupu/postupech a dokončili a priori analýzu.

Studenti v některých skupinách se nejprve pokusili úlohu vyřešit za pomoci algebraických nástrojů. Pokusili se vytvořit soustavu rovnic. Studenti učitelství upřednostňovali „odborné“ postupy proto, že cítili, že je lépe ovládají. Tyto postupy ale nebyly v tomto konkrétním případě vhodné a stejně by se nedaly použít při výuce žáků 2. stupně. Teprve když si studenti znovu pečlivě pročetli zadání, byly některé skupiny schopné situaci rozebrat a začít od podmínek, které jsou přímo obsažené v textu. Potom začali používat deduktivní či kombinatorické uvažování. Požadavek, aby našli „všechna existující řešení“, který implikuje, že existuje více řešení, byl pro mnoho studentů matoucí. Jediná skupina byla schopna nalézt všechna tři možná řešení. Ostatní našli pouze jednu či dvě správné odpovědi.

Přípravná práce pro a priori analýzu proběhla rychle a všechny skupiny byly schopny poskytnout shrnující odpovědi. Obecně se zdálo, že studenti tomuto úkolů nepřikládají takový význam jako samotnému řešení úlohy, jemuž věnovali veškerou svoji energii. Jeden student také hovořil o tom, že je na některé z otázek obtížné odpovědět a že je těžké předjímat chování žáků.

V následující fázi, která trvala zhruba hodinu a půl, se studenti věnovali prezentaci úvah o úloze a společné diskusi. Jeden člen každé skupiny popsal práci, kterou ve skupině odvedli. Ve společné diskusi se pak studenti zaměřili na různé způsoby řešení úlohy, na ty dedukce, které nevedly k objevení všech správných řešení, ale ukázaly na další možné postupy. Studenti obzvláště chválili vzdělávací hodnotu úloh, které mají více řešení, oproti běžně používaným úlohám, které mají vždy pouze jediné správné řešení.

Následující debata přiměla studenty zamyslet se nad svými a priori analýzami a zformulovat jednu společnou analýzu, ve které by byly zohledněny všechny problémy, které ve společné diskusi vyvstaly. Následuje tato analýza.

### **Společná a priori analýza úlohy**

*Kterých pojmových oblastí se úloha týká?*

Aritmetika – Logika – Kombinatorika

*V jakém ročníku lze úlohu použít?*

7. a 8. ročník

*Máte nějaké připomínky k formulaci zadání? Pokud ano, popište je a navrhněte možné změny.*

Text je srozumitelný, protože jsou použity krátké, jednoduché věty.

Žáci by ho měli číst velmi pomalu a pečlivě, protože je v něm celá řada podmínek.



*Jaké prvky matematických znalostí žáci využijí a konsolidují? Co se možná ještě budou muset naučit?*

Schopnost najednou zvládnout mnoho podmínek

Předpoklad rozvoje hypotetického uvažování a dedukcí

Kombinatorické dovednosti (identifikace všech dvojic a trojic sudých čísel, jejichž součet má danou hodnotu)

*Jaký způsob znázorňování, jaké postupy a strategie mohou žáci používat, uvážíme-li, s jakými znalostmi by měli ve svém věku disponovat?*

Vyjádření dat prostřednictvím symbolů a schémat, která umožní lepší vizualizaci a jednodušší kontrolu.

Věříme, že postupy budou vycházet z dedukčního nebo kombinatorického myšlení (obdobně jako v případě studentů učitelství).<sup>5</sup>

*S jakými obtížemi se žáci mohou potýkat a/nebo jaké chyby mohou dělat?*

Zapomenou na některé podmínky, protože jich je opravdu hodně na to, aby je zvládli ohlídat všechny najednou.

Skončí u prvního nalezeného řešení, nebo pokud jim dojde, že existuje i další řešení, skončí u druhého řešení, aniž by zkontrolovali, zda už je to opravdu vše.

Nesprávně použijí algebraické postupy [což se stalo i studentům učitelství].

*Zdůrazněte některé didaktické hodnoty této úlohy*

Úloha má více řešení a je vhodná pro skupinovou práci, protože je při jejím řešení výhodnější spolupracovat a diskutovat o různých možnostech.

Další hodinu věnovali studenti učitelství a jejich školitel přípravě takového didaktického postupu, který by umožnil sledovat žáky při práci ve dvojicích nebo malých skupinkách. Šlo o to soustředit se na výměnu názorů a diskuse mezi žáky a také o to, aby studenti učitelství získali určitý počet žákovských zpracování stejné úlohy.

Student učitelství, který se výuky účastnil, měl za úkol sledovat práci žáků: proto padlo rozhodnutí, že se student zaměří pouze na jednu skupinu a bude si dělat poznámky o postupech této skupiny v každé fázi práce na řešení úlohy.

Pro tento úkol byl předem připraven pracovní list, který uvádíme. Na listu jsou otázky, které měly studenta při pozorování usměrňovat.

### **Pozorování práce žáků**

*Fáze přečtení zadání a porozumění úloze*

<sup>5</sup> *Příklad řešení.* Odvoďte z daných podmínek, že prostřednímu dítěti by mělo být 8 let (44 – 36). Pak vám vyjde, že dvě nejmladší děti musejí být ve věku 4 a 6 let. Pak uvažujte, že prostřední dítě je chlapec: pak musí být druhému chlapci 6 a nejmladší dítě je čtyřletá holčička. Pak je také zřejmé, že dvě nejstarší děti jsou děvčata, pro něž existuje dvojí možný věk: je jim 10 a 16 nebo 12 a 14. Nyní uvažujte, že je prostřední dítě děvče: pak dvě nejstarší děti musejí být děvče a chlapec. Totéž platí i pro dva nejmladší potomky. Jednomu děvčeti je 8, součet věku druhých dvou dívek musí být 22, což nabízí jedinou možnost  $22 = 6 + 16$ . Z toho plyne, že existují tři možná řešení: D16 D10 Ch8 Ch6 D4; D16 Ch10 D8 D6 Ch4; D14 D12 Ch8 Ch6 D4.



Kdo čte? Probíhá v rámci čtení zadání nějaká diskuse? Jak dlouho fáze čtení a porozumění trvá? Jsou v této fázi ve skupině žáci, kteří se účastní aktivněji a snaží se uplatnit své hledisko? Má skupina svého vůdce?

#### *Fáze řešení*

Když jde o řešení úlohy, jsou všichni žáci ve skupině jednotní nebo se skupina rozpadá? Komunikují spolu žáci ve fázi zkoumání? Pokud ano, o jakou jde komunikaci? Jsou ve skupině žáci, kteří se práce neúčastní?

#### *Fáze validace a ověření nalezených odpovědí*

Diskutují žáci ve skupině o nalezeném řešení (nalezených řešeních)? Jak? Je proces nějak kontrolován? Jak se všichni dohodnou na tom, jak přesně odpovědět? Má skupina stále svého vůdce?

#### *Fáze zápisu řešení*

Jak a proč vyberou žáka, který řešení zapíše? Kontrolují ti, kteří nepíšou, pořizovaný zápis?

### *b) Ve třídě*

Úlohy zadali dva studenti učitelství ve dvou 7. ročnících. V jedné třídě bylo osmnáct a ve druhé třídě dvacet žáků ve věku 12-13 let. Pro oba studenty to byla první zkušenost s výukou žáků. Při práci na úloze (trvala asi dvě hodiny) byl vždy přítomen vyučující matematiky v dané třídě.

Vzhledem k tomu, že studenti chtěli žáky motivovat, uvedli úlohu jako matematickou hru, ve které měli soutěžit žáci po skupinkách. Žáci ve skupinkách si během 50 minut měli nejprve pečlivě přečíst zadání úlohy, prodiskutovat ho a úlohu vyřešit s pomocí jedné společné strategie. Potom měli písemně odůvodnit svůj postup. Poté měla být práce každé skupinky zhodnocena v rámci společné diskuse, během níž se mělo rozhodnout, které skupinky splnily cíle hry. Když žáci pracovali, student učitelství si vybral jednu skupinku, pozoroval ji při práci a shromažďoval údaje o jejích postupech v různých fázích řešení úlohy. K dosažení cíle používal předem připravené otázky.

Výuka ve třídě skončila společným rozbořem různých postupů, které používaly jednotlivé skupinky a rozbořem jejich odůvodnění. V této fázi se žáci explicitně vyjadřovali k účinnosti a/nebo vhodnosti jednotlivých postupů. V úplném závěru student učitelství vybral žákovská řešení, aby mohla být rozebrána a zhodnocena v didaktickém semináři.

### *c) V semináři*

Tato fáze trvala celkem pět hodin a účastnili se jí opět všichni studenti učitelství. Ti, kteří realizovali experiment ve výuce, informovali ostatní o jeho průběhu a svých dojmech a zkušenostech.

Popis obou studentů ukázal různý způsob interakce v obou zúčastněných třídách, což ovlivnilo samotnou práci i úspěšnost. Proto studenti hovořili o nutnosti naučit žáky pracovat ve skupinách, což obnáší schopnost komunikace, schopnost přicházet s vlastními nápady, ale též akceptovat myšlenky ostatních. Studenti také konstatovali,





že není jednoduché tuto schopnost získat, obzvláště pokud není její rozvoj dostatečně stimulován a pokud se nepoužívá pravidelně.

Poté se studenti opět rozdělili do skupin a každá skupina dostala několik žákovských řešení. Každá skupina tato řešení zkoumala s tím, že mají poznamenat, jak žáci úloze porozuměli, jaké strategie řešení používali, jaké chyby dělali a na jaké obtíže v průběhu řešení naráželi. Dále měli studenti zaznamenat, jaké vysvětlení ke svému postupu žáci poskytli (například měli studenti rozlišovat mezi úplnou a plně odůvodněnou odpovědí a prostým ověřením výsledku).

V následující fázi se studenti podělili o výsledky své práce. Studenti z jednotlivých skupin informovali ostatní o svých poznámkách a postřezích, a poté je společně prodiskutovali. V této fázi výuky studenti učitelství pracovali velmi aktivně a s obrovským zaujetím. Uznali, že a priori analýza úlohy a následná diskuse přispěly k pečlivější a posteriori analýze protokolů: studenti prohlásili, že se cítili být v kůži žáků a z této pozice se pokusili interpretovat jak „jejich způsob odůvodňování“, tak jejich obtíže.

V samém závěru proběhla syntéza poznámek, které vyvstaly v průběhu předcházející diskuse.

## Závěry

Realizovaný experiment donutil studenty učitelství, aby si vyzkoušeli řešení a zadání matematické slovní úlohy ze skutečného života se žáky 2. stupně.

První, co jsme po studentech chtěli, bylo, aby nepřijímali úlohu nekriticky, ale aby se pokusili *a priori* určit, s jakými obtížemi se budou žáci setkávat při snaze úlohu pochopit, definovat, jaké pojmy, znázornění a postupy budou používat a jaké mohou dělat chyby.

Bylo patrné, že studenti postupně přehodnotili svůj postoj k zadané práci – zpočátku cítili zmatek a práci podceňovali, ale postupně začali chápat význam toho, co dělají. To bylo patrné obzvláště ve chvíli, kdy analyzovali a společně rozebírali žákovská řešení.

Oceňovali také to, že žáci na řešení této úlohy pracovali ve skupinkách, přičemž výměna názorů mezi vrstevníky a jejich srovnávání významně přispívá k osobnostnímu růstu jednotlivých žáků.

Někteří studenti navrhli obměnit některé proměnné v této úloze (numerická data, úkoly, kontext, ...) a zkoumat dopad takové změny na úlohu a na její použitelnost. Tento nápad považujeme za zajímavý způsob, jak projekt dále rozvíjet.

## DOPORUČENÁ LITERATURA

Bertazzoni, B. and Marchini, C. (2005). Improving classroom environment by problem solving. In Novotna, J. (Ed.), *International Symposium on Elementary Maths Teaching, SEMT '05, August 2005*, 78-86

Charnay, R. (2003). L'analyse a priori, un outil pour l'enseignant. In Grugnetti L., Jaquet F., Medici D., Polo M., Rinaldi M.G. (Eds). *Actes des journées d'étude sur le Rally*

*Mathématique Transalpin, RMT: potentialités pour la classe et la formation*, ARMT, Dip. di Mat. Università di Parma, Dip. di Mat. Università di Cagliari, 199-213

Crociani, C., Doretto, L., Grugnetti, L., Jaquet, F. & Salomone, L. (Eds.) (2001). *RMT: évolution des connaissances et évaluation des savoirs mathématiques*, Dip. di Mat. Università di Siena, IRDP di Neuchâtel

Crociani, C. – Doretto, L. & Salomone L. (2006). Riflettere insieme agli insegnanti sul lavoro in classe con problemi del RMT: resoconto di un'esperienza. In Battisti R., Charnay R., Grugnetti L., Jaquet F. (Eds), *RMT: des problèmes à la pratique de la classe*, ARMT, IPRASE Trentino, IUFM de Lyon – Centre de Bourg-en-Bresse, 135-150

Grugnetti, L. and Jaquet, F. (2005). A mathematical competition as a problem solving and a mathematical education experience. *Journal of Mathematical Behavior* 24, 373-384

Grugnetti, L. and Jaquet, F. (in press). D'un concours de mathématiques à la formation des maîtres. *Rencontre COPIRELEM, Strasbourg, Mai-Juin 2005*

Jaquet, F. (1999). Présentation du Rallye Mathématique Transalpin. In Grugnetti L., Jaquet, F. (Eds.), *RMT: Le Rallye mathématique transalpin. Quels profits pour la didactique?* Dip. di Mat. Università di Parma, IRDP di Neuchâtel, 16-20

Medici, D. and Rinaldi, M.G. (2003). A teaching resource for teacher training. *CERME 3*, in [http://www.dm.unipi.it/~didattica/CERME3/draft/proceedings\\_draft/](http://www.dm.unipi.it/~didattica/CERME3/draft/proceedings_draft/)

## Webové odkazy

### Transalpine Mathematical Rally

[<http://www.irdp.ch/rmt/>]

[<http://www.math.unipr.it/~rivista/RALLY/home.html>]

## Druhá pilotáž

Marie Hofmannová a Jarmila Novotná\*

Pro účely pilotování LOSSTT-IN-MATH byly vybrány takové vyučovací jednotky, které se nám jevily jako kompatibilní s obsahem kurzu Content and Language Integrated Learning (CLIL). Slovní úlohy ze „skutečného života“ byly vybrány ze sady úloh navržených v rámci projektu. Domníváme se, že obecně slovní úlohy více vyhovují používanému přístupu v Praze, tedy výuce matematického obsahu v cizím jazyce. Definitivní slovo při volbě slovní úlohy měli čeští studenti. Vybrali úlohu Podivné obarvení.

---

\* Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická Fakulta, Česka Republika.

## REALIZACE NÁVRHU

**Název:** *Podivné obarvení*

**Text zadání:**

*Maxime vybarvuje čtvercovou síť. V každém řádku je jiné pravidlo pro vybarvení:*

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
■	□	■	□	■	□	■	□	■	□	■	□	■	□	■	□
■	■	□	□	■	■	□	□	■	■	□	□	■	■	□	□
■	■	■	□	□	□	■	■	■	□	□	□	■	■	■	□

*Už správně vybarvil prvních 15 sloupců. Zjistil, že sloupce 1, 9 a 13 jsou vybarveny celé. Pokračuje ve vybarvování až ke sloupci 16.*

*Bude sloupec 83 vybarven celý? A sloupec 265?*

*Vysvětlete, jak jste našli řešení.*

**Oblasti matematiky, které řešení úlohy rozvíjí:**

*Řešení slovních úloh. Schémata. Propojení aritmetiky, algebry, geometrie, kombinatoriky atd.*

**Cíle**

*Pro vyučující na VŠ*

- Provedení studentů učitelství od teorie k praxi.
- Pomoc studentům učitelství, aby upravili přípravu a výukové materiály podle věku a úrovně žáků.
- Poskytování pokynů a zpětné vazby.

*Pro studenty učitelství*

- Matematika: Řešení slovních úloh, zobecňování.
- Metodologie: Příprava aktivizujících výukových materiálů.
- Sestavení přípravy na hodinu.
- Vyzkoušení výukových materiálů, které připravili studenti a ve kterých se kombinuje angličtina a matematika.
- Simulace výukové jednotky.
- Výuka v reálné třídě.

*Pro žáky 2. stupně ZŠ a nižších gymnázií*

- Setkání s výukou matematického obsahu v angličtině.
- Podpora snahy o tvůrčí a vynalézavý přístup při hledání řešení.
- Vytváření hypotéz, rozhodování, kontrola a ověření výsledků.

## **Pilotáž**

*a) V semináři*

Karlova univerzita v Praze, Pedagogická fakulta, povinně volitelný seminář CLIL – výuka matematiky v angličtině.

10 studentů, budoucích učitelů matematiky, věk 22-25 let, 2 vedoucí kurzu, týmová výuka.

Časový plán: 45-minutové semináře, 4 po sobě jdoucí týdny.

### **A priori analýza textu**

- Diskuse o navržených úlohách z hlediska matematického řešení a jazykové stránky zadání.
- Výběr jedné ze tří navržených úloh jako základu pro další rozpracování (*Podivné obarvení*).

### **Příprava hodiny**

- Vedoucí kurzu a jeho účastníci v češtině diskutují, jak nejlépe připravit simulovanou výukovou jednotku. Rozdělí si role a připraví pracovní verzi přípravy na hodinu.
- Simulace výukové jednotky v angličtině [jedna z vedoucích kurzu pořizuje videozáznam této etapy]: Dva studenti odučí jednu část navrhované přípravy na hodinu, ostatní studenti učitelství hrají žáky. Jedna z vedoucích kurzu dělá na tabuli poznámky, které slouží jako základ pro následnou diskusi.
- Reflexe a analýza (v angličtině) cvičné hodiny: Studenti učitelství vznášejí kritické připomínky jak k formulaci slovní úlohy, tak k realizaci výuky podle existující přípravy na hodinu. Studenti hlavně chtějí zadání přeformulovat tak, aby více odpovídalo problémům dnešní reality. Studenti učitelství se nabízejí, že připraví nový výukový materiál, který bude lépe vyhovovat věku a zájmům žáků. Výsledek viz Příloha.

*b) Ve třídě*

Střední škola v Praze, jedna 45-ti minutová hodina odučená namísto hodiny anglického jazyka, 14 žáků, věk 15-16 let, vyučující matematiky, vyučující anglického jazyka, dvě vedoucí kurzu, student učitelství – pozorovatel.

**Průběh hodiny** [*videozáznam této etapy pořídila jedna z vedoucích kurzu*]

- Úvod: Vyučující představují sebe a Maxime křestními jmény v křížovce s křestními jmény. Výukový materiál: čtvercová síť.



- Opakování a doplnění potřebné matematické terminologie.
- Vyučující zadávají úlohu v původně navrženém (RMT) znění. Žáci úlohu řeší samostatně nebo ve dvojicích.
- Vyučující mění zaměření vyučovací hodiny (z matematiky na anglický jazyk): Blíže představují Maxima, postavu z módního časopisu „Svět módy“. Rozdají výtisky časopisu.
- Anglický jazyk: Vyučující prověří porozumění textu žáky.
- Matematické zadání: Žáci odpovídají na otázky z časopisu „Svět módy“.
- Společná kontrola řešení.
- Vyučující ukončují hodinu.

c) *V semináři*

### **A posteriori analýza – reflexe vyučovací hodiny**

Diskuse proběhla v angličtině. Diskutovalo se o následujících bodech:

- analýza vyučovací hodiny
- komentáře
- kritické poznámky
- návrhy alternativních postupů.

### **DOPORUČENÁ LITERATURA**

Harmer, J. (1989). *The Practice of English Language Teaching*. Longman.

Novotná, J. (1999). Do students of the 3rd to 6th grades use the everyday life schemes when solving word problems? In Hejný, Milan and Novotná, Jarmila. *Proceedings SEMT 99*. Praha: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, p. 159-163. ISBN 80-86039-86-2.

Pavesi, M., Bertocchi, D., Hofmannová, M. & Kazianka, M., on behalf of TIE-CLIL project. (2001). *Insegnare in una lingua straniera*. General editor: Langé, G. Milan.

## **Třetí pilotáž (Katolická univerzita Ružomberok, Slovensko) a Závěr**

Lucia Doretti

Tématem tohoto návrhu jsou slovní úlohy a jejich řešení. Jde o složité téma s mnoha souvislostmi, a proto je vhodné pojmut ho mnoha různými způsoby. Volba pojetí tématu závisí na našem úhlu pohledu. Záleží na tom, jaký aspekt chceme nechat vyniknout v didaktické praxi a přípravě budoucích učitelů.

Rozdílné úhly pohledu jednoznačně vyplývají i ze zpráv, které o pilotování podali jednotliví partneři. Partner, který návrh vytvořil, se soustředil hlavně na didaktickou situaci. Při práci na úloze „*To je rodina!*“ byla největší pozornost věnovaná *a priori*

analýze úlohy a práce vyvrcholila následnou *a posteriori* analýzou žákovských prací. Studenti učitelství měli za úkol úlohu před tím, než ji zadají žákům, analyzovat. Poté měli potvrdit, upravit nebo vyvrátit své *a priori* hypotézy tak, že je porovnají s daty získanými z experimentu. Způsob, jakým práce na návrhu proběhla, vedl k tomu, že obecné prvky z *a priori* analýzy začali studenti vnímat jako jeden z profesních nástrojů, který učitelům může pomoci zvolit správné postupy a učinit správná rozhodnutí.

Pro druhou partnerskou organizaci, která se na pilotování podílela, byla nejpodstatnějším aspektem návrhu verbalizace. Samotná podstata kurzu Content and Language Integrated Learning (CLIL), ve kterém byl návrh realizován, vyžadovala, aby budoucí učitelé s matematickým obsahem pracovali v cizím jazyce – angličtině. Bylo proto nutné vytvořit takovou didaktickou situaci, která by se hodila pro formulaci úlohy i z hlediska lingvistiky. Jinými slovy, aby byli studenti zároveň motivováni ke komunikaci v angličtině a stimulováni v oblasti matematiky. Ve fázi přípravy vyučovací hodiny studenti učitelství pracovali na slovní úloze „*Podivné obarvení*“. Pokusili se vhodně přizpůsobit její kontext i zadání. Nová verze je oproti původní bohatší o fantazii a originalit: nápad matematicky zaměřené soutěže, jejíž výherci získají velké slevy nebo tričko zdarma zkonkrétňuje situaci popsanou v úloze a přibližuje ji skutečnému životu. Vedoucím kurzu se podařilo získat výborný materiál, který vede k rozvoji jak po lingvistické stránce (komunikace v angličtině), tak po matematické stránce (v této verzi jde o nejmenší společný násobek).

Třetí pilotáž byla provedena v instituci, která nebyla partnerem (Katolická univerzita Ružomberok, Slovensko). Zde byla práce na studii pojata jako příležitost zvládnout se studenty učitelství otázku složitosti zadání slovních úloh. Začali úvahami o situaci popsané v slovní úloze jako o struktuře, která obsahuje různé navzájem propojené parametry. Znalost toho, co je dáno, má pochopitelně vliv na to, co je třeba nalézt. Obtížnost řešení úlohy může být z hlediska matematiky velmi různá právě v závislosti na tom, jak je úloha zadána. Úkolem studentů bylo vytvořit několik stupňovaně složitých slovních úloh a zhodnotit náročnost jejich řešení. Toto hodnocení mělo předcházet pilotování ve třídě.

# FASHION WORLD MAGAZINE

SQUARES ARE IN



HIT OF THIS PRAGUE SPRING

Get superb discounts in our contest!

More information inside!

## TO BE SQUARED = TO BE IN

It is a simple equation. If you want to be IN in the coming spring season, put on a squared T-shirt. According to reputable fashion designers, the season will be full of squares. In this edition of the Fashion World Magazine, you can order a T-shirt with any squared patterns you can imagine. In addition to this, you can get **great discounts**

or a **T-SHIRT GRATIS** ! Join our contest and win a **MAGNIFICENT T-shirt!**



Don't miss your chance and order a T-shirt. **Only now you can choose your own pattern!**

**Follow fashion, don't fall behind!**

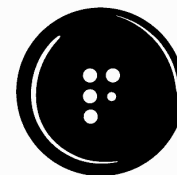


Advertising

**Visit the biggest shopping centre!**

**High discounts! Great Choice! The lowest price guaranteed! Favourable staff!**

**Londýnská 128, Prague 2, +420 298563128**

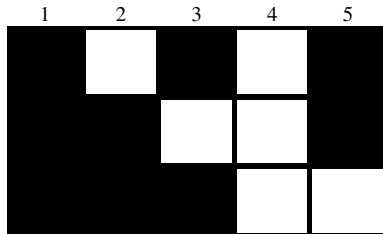


**THE  
FASHION  
CENTER**

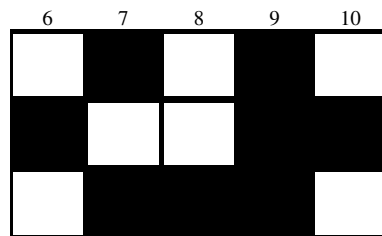


These patterns were prepared by our designers  
only for you.

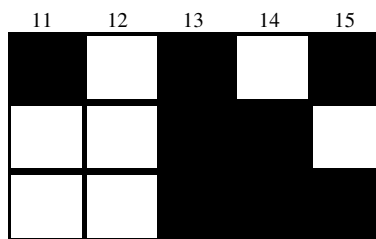
**PATTERN No. 1**



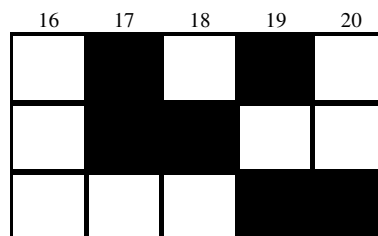
**PATTERN No. 2**



**PATTERN No. 3**



**PATTERN No. 4**



Show us your CREATIVITY and find **your own pattern**.  
 BUT DO NOT FORGET. **Your design must fit our offered SET!**

**And now a SUPERB OPPORTUNITY ONLY FOR YOU!**

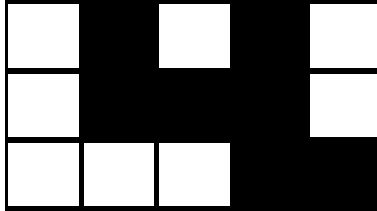
Find the right answers to our quiz, fill in the information sheet, cut it off and send!

**Everybody wins!**  
**EACH CORRECT ANSWER = 10% DISCOUNT**

**Quiz**

**Question No. 1**

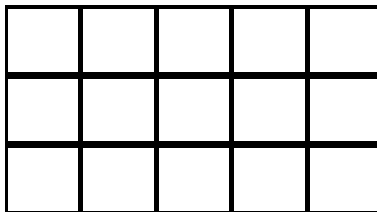
Is this a pattern from our set?



**Question No. 2**

If our catalogue contained all the other patterns, what would the pattern No. 16 be like? (Blacken the appropriate squares!)

80    81    82    83    84

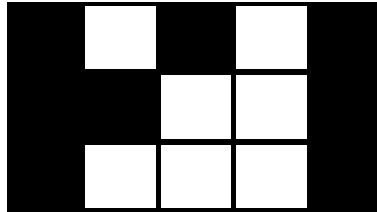




**Question No. 3**

What is the number of this pattern?  
(If there are more possibilities, write ALL of them!)

? ? ? ? ?



**Question No. 4**

Choose a pattern from the set and write the appropriate number.

**THOSE WHO SOLVE THE QUIZ QUICKLY  
WILL GET A FREE T-SHIRT!!!**

CUT OFF HERE

CUT OFF HERE

Name:

Surname:

Date of Birth:

Country:

Address:

Telephone number:

Your size:

Colour: Green

Blue

Red

Grey

Black

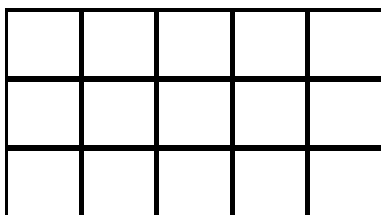
Pattern No.:

**Answer No. 1:**

Yes - No

**Answer No. 2:**

80 81 82 83 84

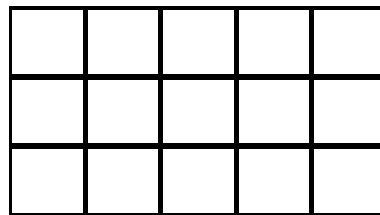


**Answer No. 3:**

It is the pattern number: \_\_\_

**Answer No. 4:**

I have chosen this pattern:



Its number is: \_\_\_

**GOOD LUCK!**