

PROBLEMI DEL “MONDO REALE”

di Lucia Doretti*

INTRODUZIONE

Si ritiene importante che i futuri insegnanti padroneggino la risoluzione di problemi matematici, ma anche la loro scelta ed analisi ed il modo di porli nella classe, così da stimolare al meglio il pensiero degli allievi. Nella pratica didattica, l'insegnante è portato a prendere numerose decisioni sull'organizzazione del proprio insegnamento, relative alla scelta e alla sistemazione di “buoni” problemi, alla gestione delle soluzioni personali degli allievi nelle fasi di messa in comune (discussione), ai modi di far evolvere queste soluzioni personali verso soluzioni esperte che ne costituiscono il punto di arrivo. In questo ambito, si comprende come l'analisi a priori costituisca uno degli strumenti professionali di aiuto all'insegnante per orientarlo nelle scelte da fare e nelle decisioni da prendere (Charnay, 2003). La proposta *Problemi del “mondo reale”* si inserisce fra le attività che stimolano il lavoro con i problemi a partire da un'adeguata analisi a priori degli stessi per individuare concetti matematici in gioco e per stabilire se, come e per quali finalità possono essere utilizzati nella pratica didattica. Essa prevede di lavorare con un problema da scegliere tra tre indicati, “Che famiglia!”¹, “Un bizzarro modo di colorare”², “L'inseguimento”³, tratti dal Rally Matematico Transalpino (RMT).



* Dipartimento di Scienze Matematiche e Informatiche, Università di Siena, Italia.

¹ 12° RMT, Prova I, Anno 2004

² 12° RMT, Prova II, Anno 2004

³ 11° RMT, Prova I, Anno 2003

La sperimentazione principale

di Lucia Doretti

LA PROPOSTA

La proposta “Real world” problems è la prima delle due attuate, all’interno del progetto LOSSTT- in- MATH, nella Scuola di Specializzazione per l’Insegnamento Secondario (SSIS) Toscana, sede di Siena.

Nella SSIS è previsto un modulo dedicato al problem solving. In tale modulo la centralità dell’attività di risoluzione di problemi nell’educazione matematica degli allievi è fatta scoprire ai futuri insegnanti anche attraverso l’esperienza del Rally Matematico Transalpino (RMT), gara internazionale di matematica per classi di scuola primaria e secondaria, basata sulla risoluzione di problemi⁴ (Jaquet, 1999), nella quale sono coinvolti direttamente, anche negli aspetti di ricerca didattica, alcuni dei formatori nella SSIS (Crociani et al., 2001; Crociani, Doretti, Salomone, 2006).

La scelta dei problemi del RMT è dovuta alle loro caratteristiche: essere significativi dal punto di vista matematico, consentire connessioni con il programma di matematica della classe, essere adeguati al grado di sviluppo cognitivo degli allievi, produrre motivazione e stimolare il coinvolgimento, presentare più strategie risolutive, offrire occasioni per far evolvere la capacità di rappresentazione.

Nell’anno accademico 2004-2005, la sperimentazione ha coinvolto gli allievi del I anno SSIS, indirizzo Scienze Naturali, per l’abilitazione all’insegnamento di Scienze Matematiche Fisiche Naturali nella Scuola Secondaria di I grado. In totale si è trattato di 15 insegnanti in formazione, nessuno dei quali con laurea in Matematica.

Si è scelto di lavorare con il problema “Che famiglia!” in cui si richiedono, più che conoscenze matematiche specifiche, capacità di tipo logico-deduttivo. Si ritiene che problemi di questo genere possono trovare una buona collocazione nella pratica didattica come situazioni finalizzate allo sviluppo del ragionamento negli allievi.

“Che famiglia!”

I signori Calcoli hanno 5 figli le cui età sono numeri pari differenti. La somma delle età delle tre figlie è uguale a 30 anni. La somma delle età dei figli maschi è uguale a 14 anni. La somma delle età dei due maggiori è uguale a 26 anni. La somma dell’età dei due più giovani è uguale a 10 anni

Indicate l’età di ciascun figlio e precisate se si tratta di un maschio o di una femmina.

Spiegate il vostro ragionamento e indicate tutte le risposte possibili.”

Il testo del problema è stato presentato agli insegnanti in formazione che hanno lavorato divisi in gruppi. Essi sono stati invitati a discutere ed analizzare il problema,

⁴ Le finalità del RMT sono chiare: problem solving, lavoro in collaborazione, responsabilità del gruppo classe, esplicitazione delle procedure usate per risolvere il problema, giustificazione delle soluzioni trovate.

ipotizzando rappresentazioni, strategie e ragionamenti che gli allievi avrebbero potuto utilizzare, ma anche loro possibili difficoltà ed errori. Successivamente il problema è stato proposto in alcune classi, dove gli allievi, divisi in gruppi, lo hanno risolto e si sono confrontati sulle procedure seguite con l'insegnante in formazione presente. L'attività si è conclusa nel corso di formazione con il resoconto dell'esperienza nelle classi e l'analisi degli elaborati degli allievi, commentati anche alla luce dell'analisi a priori fatta.

Argomenti matematici da sviluppare: Problem solving

Obiettivi

Per i formatori

- Stimolare l'uso di pratiche didattiche che riservino alla risoluzione di problemi il ruolo centrale che dovrebbe spettarle nella costruzione del sapere matematico.
- Guidare i futuri insegnanti nell'analisi a priori di un problema e nella successiva analisi a posteriori degli elaborati prodotti dagli allievi.
- Fornire istruzioni e feedback.

Per gli insegnanti in formazione

- Riflettere sull'attività di risoluzione di problemi e sul ruolo che essa svolge nella formazione matematica degli allievi.
- Lavorare con problemi che richiedano, non una semplice applicazione di procedure note, ma ricerca personale, sviluppo di strategie, formulazione di congetture, controlli e validazioni.
- Analizzare a priori un problema prima del suo utilizzo in classe per valutarne saperi matematici coinvolti o da far emergere, prevedere strategie, modalità di rappresentazione, difficoltà, ostacoli e possibili errori degli allievi.
- Osservare gli allievi mentre sono impegnati a risolvere, lavorando divisi in piccoli gruppi, uno stesso problema.
- Riflettere sul ruolo fondamentale che hanno le attività di tipo cooperativo e collaborativo per lo sviluppo sociale, affettivo e cognitivo degli allievi.
- Sviluppare la capacità di analizzare le produzioni degli allievi non solo in relazione a saperi utilizzati, difficoltà incontrate ed errori commessi, ma anche per i diversi livelli di "sensatezza" di procedure e risposte date e di coerenza delle argomentazioni richieste.
- Riflettere sulle eventuali differenze tra le previsioni dell'analisi a priori e i risultati dell'analisi a posteriori.
- Utilizzare le informazioni ottenute dalle analisi a priori e a posteriori sui problemi per ipotizzare interventi didattici specifici in classe, di cui si evidenzia la necessità.

Per gli allievi di scuola secondaria di primo grado

- Fare esperienza con problemi che si configurino come sfide personali e che stimolino l'interesse e la motivazione per l'attività matematica.
- Sviluppare la capacità di lavorare in gruppo e di apprendere le regole elementari del dibattito scientifico: esprimere liberamente idee, congetture, ragionamenti, confrontarsi reciprocamente, discutere, prendere decisioni, controllare, validare,...
- Imparare dal confronto con gli altri procedure e rappresentazioni nuove.
- Sviluppare capacità di tipo metacognitivo attraverso la riflessione sui processi di pensiero che hanno guidato il processo risolutivo e che permettono di motivare la risposta data e la ragione della scelta del percorso seguito.
- Stimolare l'uso del ragionamento ipotetico-deduttivo.

Descrizione dell'attività

L'attività si è articolata in tre fasi. La prima e la terza fase, della durata di 5 ore ciascuna, si sono svolte con i 15 allievi del I anno della SSIS Toscana, sede di Siena, indirizzo Scienze Naturali; la seconda fase, della durata di 2 ore, si è svolta nella scuola secondaria di primo grado ed è stata gestita da due allievi della SSIS.

Fase 1 (nel corso di formazione)

- I formatori discutono con i futuri insegnanti sul significato del termine problema, sulle diverse tipologie di problemi e sulla loro utilizzazione nella prassi didattica.
- I futuri insegnanti, divisi in piccoli gruppi, ricevono il testo di un problema tratto dal RMT, lo risolvono e procedono ad una sua analisi a priori sulla base di consegne date.
- Ogni gruppo presenta e commenta il proprio lavoro agli altri gruppi e si discute sulle procedure di risoluzione e sulle analisi a priori fatte.
- Si mette per iscritto un'analisi a priori condivisa del problema.
- Si progetta l'intervento nelle classi che prevede di far lavorare gli allievi in piccoli gruppi sul problema che è stato analizzato.
- Si individuano due corsisti ciascuno dei quali presenterà, gestirà l'attività in una classe e raccoglierà il materiale prodotto dagli allievi.

Fase 2 (nella scuola secondaria)

L'insegnante in formazione presente nella classe:

- propone e motiva l'attività agli allievi che lavorano divisi in piccoli gruppi;
- osserva in particolare il lavoro di uno dei gruppi durante tutte le fasi di risoluzione del problema;
- gestisce la discussione finale sulle soluzioni prodotte dai vari gruppi;
- raccoglie gli elaborati prodotti dagli allievi.

Fase 3 (*nel corso di formazione*)

- I due insegnanti-sperimentatori raccontano e commentano la loro esperienza nelle classi.
- I futuri insegnanti, divisi in piccoli gruppi, analizzano tutti gli elaborati degli allievi e mettono per iscritto le loro osservazioni.
- Si discutono collettivamente le analisi degli elaborati degli allievi e si confrontano con l'analisi a priori del problema.
- Formatori e futuri insegnanti riflettono e discutono su possibili interventi didattici per aiutare gli allievi a prendere coscienza degli errori commessi e superare le difficoltà incontrate.

Compiti

a) Compiti per gli insegnanti in formazione

- Quali caratteristiche si possono evidenziare nel problema considerato rispetto ai classici problemi dei libri di testo?
- Quali sono i contenuti matematici in gioco?
- In quali classi si può proporre il problema?
- Quali saperi matematici potrebbero essere mobilitati negli allievi?
- Quali modalità di rappresentazione potrebbero essere attivate?
- Quali strategie potrebbero essere utilizzate?
- Gli allievi disporranno di criteri per sapere se hanno risolto bene o no?
- Quali potrebbero essere le difficoltà e i possibili errori degli allievi?
- Progettare l'intervento nella classe sull'attività di problem solving sul problema considerato, commentare l'intervento a posteriori e proporre eventuali modifiche.
- Confrontare e commentare le procedure risolutive prodotte dagli allievi e come sono state giustificate.
- Quali tipi di interventi didattici si potrebbe progettare per aiutare gli allievi che hanno incontrato difficoltà o hanno prodotto procedure errate?

b) Compiti per gli allievi

- Dividersi in piccoli gruppi e leggere attentamente il testo del problema.
- Scambiarsi le idee e collaborare nel gruppo.
- Comprendere le informazioni e le richieste contenute nel testo del problema, rappresentarsi la situazione e individuare una possibile strategia risolutiva.
- Controllare le scelte fatte e i risultati ottenuti.
- Riflettere sul percorso seguito e mettere per iscritto il ragionamento fatto.
- Confrontarsi e discutere collettivamente sulle procedure e rappresentazioni usate.

La sperimentazione

a) Nel corso di formazione

La prima ora è stata dedicata dai formatori a discutere con i futuri insegnanti sul significato del termine problema, sulle diverse tipologie di problemi (problemi di applicazione, problemi per costruire nuove conoscenze, problemi per il piacere di cercare e trovare) e sulla loro diversa utilizzazione nella prassi didattica.

E' stato poi presentato il problema “Che famiglia!”. Gli insegnanti in formazione si sono suddivisi in gruppi di due o tre elementi. Ogni gruppo ha ricevuto il testo del problema, insieme alle consegne di risolverlo e rispondere per iscritto ad alcune domande. Tali domande erano finalizzate a raccogliere informazioni su saperi matematici, modalità di rappresentazione, ragionamenti, strategie, difficoltà, errori, ipotizzabili da parte degli allievi.

L'obiettivo dei formatori era quello di portare i corsisti a riflettere sull'importanza di effettuare un lavoro di analisi a priori su un problema per valutarne meglio potenzialità didattiche e possibilità di utilizzo in classe.

E' stata concessa un'ora e mezza di tempo perché ciascun gruppo, attraverso il confronto e lo scambio di idee tra i suoi componenti, si “impadronisse” del problema, lo risolvesse riportando su lucido il o i procedimenti risolutivi trovati e completasse la propria analisi a priori.

Più gruppi hanno cercato inizialmente di risolvere il problema con strumenti di tipo algebrico, cercando di impostare un sistema di equazioni. Si sono cioè privilegiati processi “esperti” più familiari ai futuri insegnanti, ma inadatti a trattare la situazione, e comunque non utilizzabili in genere da allievi di scuola media. Solo il ritorno ad una lettura attenta del testo ha permesso di sbloccare la situazione e ha consentito ai vari gruppi di procedere con ragionamenti di tipo ipotetico-deduttivo o di tipo combinatorio a partire dalle condizioni indicate nel testo stesso.

C'è stata perplessità di fronte alla richiesta contenuta nel testo del problema di indicare “tutte le risposte possibili” che sottintendeva l'esistenza di più soluzioni. Solo un gruppo è stato in grado di trovare le tre risposte corrette possibili, mentre gli altri gruppi ne hanno fornite una o due soltanto.

Il lavoro di analisi a priori del problema è stato fatto da ogni gruppo in modo veloce e con risposte sintetiche. L'impressione era che i corsisti non riconoscessero troppa importanza a questa attività, contrariamente al dispendio di energie che era stato rivolto alla risoluzione del problema. Qualcuno ha anche sottolineato la propria difficoltà a rispondere a certe domande e a fare previsioni sui comportamenti degli allievi.

La successiva fase, della durata di un'ora e mezzo, è stata dedicata alla messa in comune delle riflessioni e alla discussione collettiva. Un componente di ogni gruppo ha illustrato il lavoro svolto nel gruppo. Si è discusso sulle diverse modalità utilizzate per la risoluzione del problema, sulla incompletezza di certi ragionamenti che non avevano permesso di trovare tutte le soluzioni e sono stati anche individuati altri

possibili modi di procedere. I corsisti hanno in particolare sottolineato la valenza didattica di proporre agli allievi problemi che ammettano più soluzioni, in contrapposizione al modello quasi sempre utilizzato di problema a soluzione necessariamente unica.

Il dibattito che si è aperto ha portato i corsisti a ripensare alle loro analisi a priori e a riformularne una, condivisa, che tenesse conto di quanto emerso in sede collegiale. Tale analisi è riportata sotto.

Analisi a priori condivisa del problema

Quali ambiti concettuali sono interessati dal problema?

Aritmetica – Logica – Combinatoria

In quale classe o classi il problema potrebbe essere proposto?

II – III media

Ci sono osservazioni da fare sul testo? Se sì, specificarle e indicare eventuali modifiche

Il testo è chiaro perché è spezzato in frasi semplici.

Va letto con calma ed attenzione perché contiene molte condizioni.

Quali saperi matematici possono essere attivati o consolidati negli allievi? Quali eventuali nuove conoscenze potrebbero essere stimolate?

Capacità di gestire contemporaneamente tante condizioni.

Capacità di sviluppare ragionamenti di tipo ipotetico-deduttivo.

Capacità di tipo combinatorio (individuare tutte le coppie e tutte le terne di numeri pari che danno per somma un valore assegnato).

Che tipo di rappresentazioni, procedure o strategie potrebbero utilizzare gli allievi tenuto conto delle conoscenze che si presuppone possiedano?

Esprimere in modo simbolico e schematico i dati in modo da visualizzarli meglio e rendere più facili i controlli.

Si ritiene che le procedure siano basate sul ragionamento ipotetico-deduttivo o di tipo combinatorio (analoghe a quelle trovate dagli stessi corsisti)⁵.

Quali difficoltà potrebbero incontrare e/o che tipo di errori potrebbero commettere gli allievi?

Dimenticare qualche condizione perché sono molte e devono essere tenute tutte sotto controllo contemporaneamente.

Fermarsi alla prima soluzione trovata o, se si è intuito che sono più di una, fermarsi alla seconda, senza controllare che non ve ne sono altre.

⁵ *Esempio di soluzione.* Dedurre dalle condizioni date che il figlio di mezzo deve avere 8 anni (44 – 36). Ricavare quindi che le possibili età dei più giovani devono essere 4 e 6. Ipotizzare che il figlio di mezzo sia maschio: allora l'altro maschio ha 6 anni e il figlio più giovane è una femmina ed ha 4 anni. I due maggiori sono quindi figlie femmine e le possibilità sono due: 10 e 16 anni, oppure 12 e 14 anni. Ipotizzare che il figlio di mezzo sia una femmina: allora i due maggiori sono una femmina e un maschio e così i due più giovani. Poiché una femmina ha 8 anni, rimane per le altre due una somma di 22. Il solo caso accettabile è $22 = 6 + 16$. Dedurre che le soluzioni possibili sono tre: F 16 F 10 M 8 M 6 F 4 ; F 16 M 10 F 8 F 6 M 4 ; F 14 F 12 M 8 M 6 F 4.

Usare impropriamente procedimenti algebrici [come fatto dagli stessi corsisti].

Evidenziare alcune valenze didattiche del problema in oggetto

Il problema ammette più soluzioni e si presta bene ad essere risolto in gruppo perché favorisce la collaborazione, il confronto e la discussione tra i suoi componenti.

Insegnanti e formatori hanno poi dedicato un'ulteriore ora per preparare l'intervento nelle classi che prevedeva di far lavorare gli allievi sul problema, suddivisi a coppie o in piccoli gruppi, sia per consentire loro di confrontarsi e discutere, sia per poter avere a disposizione un certo numero di elaborati sullo stesso problema.

Poiché nella fase di risoluzione del problema, l'insegnante in formazione presente nella classe aveva solo da osservare il lavoro degli allievi, è stato concordato che concentrasse la sua attenzione su un gruppo di allievi e che prendesse nota del loro modo di procedere nelle varie fasi.

Per questo tipo di attività, è stata preparata una scheda, riportata sotto, con alcune domande che servissero da guida nell'osservazione.

Osservazione del lavoro degli allievi

Fase di lettura ed appropriazione del problema

Chi legge? C'è discussione all'atto della lettura? Quanto dura la fase di lettura ed appropriazione? Ci sono allievi che partecipano attivamente esprimendo il proprio punto di vista? C'è un leader nel gruppo?

Fase di risoluzione

Quando si tratta di risolvere il problema, il gruppo resta compatto o si divide? Ci sono scambi in questa fase di ricerca? Di che tipo? Ci sono allievi che non partecipano?

Fase di validazione o di controllo delle risposte trovate

Vengono discusse dal gruppo la o le soluzioni trovate? In che modo? C'è un controllo del processo? Come si arriva a decidere sulla scelta della risposta da dare? C'è ancora un leader nel gruppo?

Fase di redazione della soluzione

Come e perché è stato designato l'allievo che redige la soluzione? C'è un controllo anche da parte di chi non scrive?

b) Nella classe

Sono stati coinvolti due corsisti ciascuno dei quali ha presentato il problema in una classe di II media, l'una di diciotto e l'altra di venti allievi di 12-13 anni. Ogni corsista era la prima volta che interagiva con quegli allievi. Durante l'attività, della durata complessiva di due ore, è sempre stato presente il docente di classe.

I corsisti, per motivare gli allievi, hanno presentato il problema come un gioco matematico ed una sfida per la classe, che era invitata a lavorare suddivisa in piccoli gruppi. Ogni gruppo doveva leggere attentamente il problema, discuterlo, risolverlo concordando una strategia e spiegare per iscritto il ragionamento fatto, avendo a disposizione 50 minuti di tempo. Il lavoro prodotto da ogni gruppo sarebbe poi stato discusso e commentato collettivamente per stabilire chi avesse superato la sfida.

Mentre gli allievi lavoravano, il corsista presente nella classe ha fissato la sua attenzione su un gruppo ed ha osservato e raccolto informazioni sul loro modo di procedere durante le varie fasi di risoluzione del problema. A tale scopo sono state utilizzate le domande appositamente predisposte.

L'attività in classe si è conclusa con una discussione sulle diverse procedure utilizzate dai vari gruppi e sulle giustificazioni da prodotte, che ha portato gli allievi ad esprimersi sulla efficacia e/o pertinenza delle stesse. Alla fine delle attività sono stati raccolti gli elaborati degli allievi per essere poi discussi e commentati nel corso di formazione.

c) Nel corso di formazione

L'attività, della durata complessiva di cinque ore, si è svolta nuovamente con tutti i corsisti. Coloro che sono andati nelle classi hanno raccontato la loro esperienza.

Dai loro racconti sono emerse modalità diverse di interazione all'interno dei due gruppi osservati che hanno influito sul lavoro del gruppo e sulla sua riuscita. Si è quindi riflettuto sull'importanza di sviluppare negli allievi la capacità di lavorare in gruppo che comporta il sapersi confrontare, apportare il proprio contributo ed accettare quello degli altri; è anche stato sottolineato come tale capacità sia difficile da acquisire, se non adeguatamente stimolata e utilizzata con regolarità.

Successivamente ai corsisti, suddivisi ancora in gruppi, sono stati distribuiti gli elaborati sul problema raccolti nelle classi. Ogni gruppo ha esaminato il lavoro degli allievi con la consegna di mettere per iscritto informazioni sulla comprensione del problema, sulle strategie adottate, sugli errori commessi e sulle difficoltà incontrate, ma anche sulle spiegazioni fornite (per esempio, distinguendo una risposta completa e ben giustificata da una semplice verifica del risultato trovato).

È seguita una fase di messa in comune del lavoro, in cui i vari gruppi hanno presentato le proprie osservazioni e le hanno discusse con gli altri. In questa fase la partecipazione dei futuri insegnanti è stata particolarmente attiva ed interessata. È stato più di una volta osservato che l'aver analizzato e discusso a priori il problema ha reso più attento il lavoro di analisi a posteriori condotto sugli elaborati: i futuri insegnanti sono stati spinti a immedesimarsi negli allievi e a cercare di interpretare il loro “modo di ragionare” e le loro difficoltà.

Il lavoro si è concluso con la sintesi delle considerazioni emerse sull'intera attività.

Conclusioni

La pratica sperimentata ha posto gli insegnanti in formazione nelle condizioni di dover “gestire” un'attività matematica di problem-solving su un “vero” problema da proporre in una classe.

Il punto di partenza è stato quello della richiesta di non accettare acriticamente il problema, ma di cercare di valutare *a priori* le difficoltà che gli allievi avrebbero potuto incontrare nell'affrontarlo, definire saperi in gioco, rappresentazioni e procedure degli allievi e prevedere possibili loro difficoltà ed errori .

È stato notato nei corsisti il passaggio da una certa perplessità iniziale e sottovalutazione del lavoro loro richiesto, ad una progressiva presa di coscienza della sua validità, soprattutto quando sono stati analizzati e discussi gli elaborati prodotti nelle classi.

Allo stesso modo, è stata rilevata l'importanza della scelta di far lavorare gli allievi in classe, divisi in piccoli gruppi, per lo stimolo che l'interazione tra pari può offrire alla discussione, al confronto, allo scambio di idee e quindi alla crescita personale.

Durante l'attività è stata anche avanzata da alcuni corsisti la proposta di provare a cambiare alcune delle variabili presenti nel testo del problema (dati numerici, consegne, contesto,...) e studiare gli effetti di tali cambiamenti sul problema e quindi sulla sua possibilità di utilizzo. Questa idea è stata giudicata una possibilità di sviluppo interessante del lavoro.

LETTURE CONSIGLIATE

- Bertazzoni, B. and Marchini, C. (2005). Improving classroom environment by problem solving. In Novotna, J. (Ed.), *International Symposium on Elementary Maths Teaching, SEMT '05, August 2005*, 78-86
- Charnay, R. (2003). L'analyse a priori, un outil pour l'enseignant. In Grugnetti L., Jaquet F., Medici D., Polo M., Rinaldi M.G. (Eds). *Actes des journées d'étude sur le Rally Mathématique Transalpin, RMT: potentialités pour la classe et la formation*, ARMT, Dip. di Mat. Università di Parma, Dip. di Mat. Università di Cagliari, 199-213
- Crociani, C., Doretti, L., Grugnetti, L., Jaquet, F. & Salomone, L. (Eds.) (2001). *RMT: évolution des connaissances et évaluation des savoirs mathématiques*, Dip. di Mat. Università di Siena, IRDP di Neuchâtel
- Crociani, C. – Doretti, L. - Salomone L. (2006). Riflettere insieme agli insegnanti sul lavoro in classe con problemi del RMT: resoconto di un'esperienza. In Battisti R., Charnay R., Grugnetti L., Jaquet F. (Eds), *RMT: des problèmes à la pratique de la classe*, ARMT, IPRASE Trentino, IUFM de Lyon – Centre de Bourg-en-Bresse, 135-150
- Grugnetti, L. and Jaquet, F. (2005). A mathematical competition as a problem solving and a mathematical education experience. *Journal of Mathematical Behavior* 24, 373-384
- Grugnetti, L. and Jaquet, F. (in press). D'un concours de mathématiques à la formation des maîtres. *Rencontre COPIRELEM, Strasbourg, Mai-Juin 2005*
- Jaquet, F. (1999). Présentation du Rallye Mathématique Transalpin. In Grugnetti L., Jaquet, F. (Eds.), *RMT: Le Rallye mathématique transalpin. Quels profits pour la didactique?* Dip. di Mat. Università di Parma, IRDP di Neuchâtel, 16-20
- Medici, D. and Rinaldi, M.G. (2003). A teaching resource for teacher training. *CERME 3*, in http://www.dm.unipi.it/~didattica/CERME3/draft/proceedings_draft/

Web links

Transalpine Mathematical Rally

[<http://www.irdp.ch/rmt/>]

[<http://www.math.unipr.it/~rivista/RALLY/home.html>]

La seconda sperimentazione

di Marie Hofmannová e Jarmila Novotná*

Per la sperimentazione delle proposte del progetto LOSSTT-IN-MATH abbiamo scelto unità didattiche che fossero compatibili con il contenuto del nostro corso CLIL (Content and Language Integrating Learning, i.e. apprendimento integrato di una materia e di una lingua). L'attività *Problemi del "mondo reale"* è stata scelta è stata scelta dall'insieme di proposte disponibili nel progetto. Crediamo che i problemi verbali sia prestino bene all'approccio adottato a Praga, cioè insegnamento di contenuti matematici tramite una lingua straniera. La selezione finale è dovuto alla scelta degli studenti cechi. Il titolo è *Un bizzarro modo di colorare*.

LA REALIZZAZIONE DELLA PROPOSTA

Titolo: *Un bizzarro modo di colorare*

Testo originale:

Maxime riempi una griglia a quadretti. In ciascuna linea, la regola di colorazione è differente:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■

Maxime ha già riempito correttamente le prime 15 colonne. Afferma che le colonne 1, 9 e 13 sono completamente riempite e continua con la colonna 16.

La colonna 83 sarà completamente riempita? E la colonna 265?

Spiega come hai trovato la soluzione.

Argomenti matematici da sviluppare:

Risoluzione di problemi verbali. Modelli. Associare aritmetica, algebra, geometria, combinatoria, ecc.

Obiettivi

Per i formatori

- Guidare i docenti in formazione dalla teoria alla pratica.

* Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická Fakulta, Repubblica Ceca.



- Aiutare i docenti in formazione ad adattare un percorso didattico ed i materiali didattici all'età ed al livello degli alunni.
- Fornire istruzioni ed un feedback.

Per i docenti in formazione

- Matematica: risoluzione di problemi verbali, generalizzazione.
- Metodologia: sviluppo di materiali per accrescere la motivazione degli alunni.
- Adattare un'attività didattica.
- Provare i materiali didattici prodotti dagli studenti che uniscono l'inglese e la matematica.
- Insegnare fra pari.
- Insegnare in aula.

Per gli alunni di scuola secondaria

- Sperimentare l'insegnamento di contenuti matematici per mezzo della lingua inglese.
- Costruire la consapevolezza di uno sforzo immaginativo e creativo in cerca di una soluzione.
- Fare congetture, prendere decisioni, controllare e verificare i risultati.

La sperimentazione

a) Nel corso di formazione

Charles University di Praga, Facoltà di Educazione, un corso CLIL facoltativo, Matematica insegnata in inglese come lingua straniera.

10 docenti in formazione, di 22-25 anni di età, 2 formatori, insegnamento in co-presenza.

Orario: sessioni di 45 minuti, 4 settimane successive.

Analisi a priori del testo

- Discussione dei problemi proposti nella prospettiva di possibili soluzioni matematiche e della lingua utilizzata per il compito.
- Scelta di uno dei tre problemi proposti come problema di base per una ulteriore elaborazione (*Un bizzarro modo di colorare*).

Preparazione della lezione

- I formatori ed i docenti in formazione discutono in ceco come meglio preparare la sessione di microinsegnamento con i colleghi. Assegnano i ruoli e preparano la prima bozza del modulo didattico.
- Insegnamento in team fra pari in inglese [*questa fase è stata filmata da un formatore*]: Una fase della lezione proposta è insegnata da due docenti in formazione, mentre gli altri assumono il ruolo di alunni. Un formatore prende appunti sulla lavagna per l'ulteriore discussione.

- Riflessione ed analisi (in inglese) della lezione di formazione: I docenti in formazione presentano osservazioni critiche sia riguardo alla verbalizzazione del problema che all’attuazione del modulo didattico. Viene enfatizzata la necessità di cambiare il compito al fine di adattarlo alla vita reale. I docenti in formazione si rendono disponibili a preparare un nuovo materiale didattico che corrisponda meglio all’età ed all’interesse degli alunni. Per i risultati vedere l’Allegato.

b) Nell’aula

Scuola secondaria a Praga, una lezione di 45 minuti fatta al posto di una di inglese, 14 alunni di 15-16 anni di età, un insegnante di matematica, un insegnante di inglese, due formatori, un docente in formazione – osservatore.

Lo svolgimento della lezione [*questa fase è stata filmata da un formatore*]

- Introduzione: Gli insegnanti organizzano un’attività per rompere il ghiaccio “Lo scarabeo dei nomi”, presentandosi l’un l’altro. Materiale didattico: una griglia a quadretti.
- Revisione della terminologia Matematica necessaria per il completamento del compito.
- Gli insegnanti assegnano la versione originale (RMT). Gli alunni la risolvono individualmente o in coppie.
- Gli insegnanti spostano l’attenzione della lezione (dalla matematica all’inglese): Presentano Maxime, il personaggio del “Fashion World Magazine”. Distribuiscono il “Fashion World Magazine”.
- Lingua inglese: Gli alunni verificano la comprensione degli alunni in ascolto ed in lettura.
- Compito matematico: Gli alunni rispondono alle domande che stanno nel “Fashion World Magazine”.
- Le soluzioni sono verificate con l’intera classe.
- Gli insegnanti concludono la lezione.

c) Nel corso di formazione

Analisi a posteriori – riflessioni sulla lezione

La discussione è stata condotta in inglese. I punti discussi sono stati:

- analisi della lezione
- commenti
- osservazioni critiche
- suggerimenti per alternative.

LETTURE CONSIGLIATE

Harmer, J. (1989). *The Practice of English Language Teaching*. Longman

Novotná, J. (1999). Do students of the 3rd to 6th grades use the everyday life schemes when solving word problems? In Hejný, Milan and Novotná, Jarmila. Proceedings SEMT 99. Praha: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, 1999. p. 159-163. ISBN 80-86039-86-2.

Pavesi, M., Bertocchi, D., Hofmannová, M., Kazianka, M., on behalf of TIE-CLIL project (2001). *Insegnare in una lingua straniera*. General editor: Langé, G.

La terza sperimentazione (a Katolícka Univerzita v Ružomberku, SK)

e Conclusioni

di Lucia Doretta

Il tema della proposta, centrato sui problemi e sul problem-solving, per la sua complessità e vastità di implicazioni si presta ad essere trattato in vari modi, a seconda del punto di vista che si vuole far emergere nella pratica didattica e nella formazione degli insegnanti.

La diversità dei punti di vista si coglie chiaramente nel resoconto delle sperimentazioni dei differenti partner.

Per il partner presentatore della proposta, l'attenzione è stata principalmente rivolta alla situazione didattica. Nell'attività con gli insegnanti in formazione, che hanno lavorato sul problema *Che famiglia!*, il ruolo centrale è stato riservato all'analisi *a priori* del problema, integrata dalla successiva analisi *a posteriori* degli elaborati degli allievi. I futuri insegnanti sono stati messi nella condizione di dover analizzare il problema prima di proporlo nelle classi, per poi confermare, correggere o smentire quanto previsto *a priori* attraverso il confronto con i dati sperimentali. L'impostazione dell'attività ed il modo con cui si è realizzata hanno fatto percepire l'analisi *a priori* come uno degli strumenti professionali di aiuto all'insegnante per orientarlo nelle scelte da fare e nelle decisioni da prendere.

Per il secondo partner che ha sperimentato la proposta, l'aspetto più importante è stato quello della verbalizzazione. La natura stessa del corso di formazione CLIL, all'interno del quale è stata presentata l'attività, richiedeva infatti ai futuri insegnanti di trattare contenuti matematici attraverso l'uso della lingua inglese, come lingua straniera. Era quindi necessario poter disporre di una situazione che si prestasse ad essere opportunamente elaborata in termini linguistici, sia per motivare gli allievi all'uso dell'inglese che per stimolarli sul piano matematico. Nella fase di preparazione della lezione, i futuri insegnanti hanno lavorato sul testo del problema *Un bizzarro modo di colorare*, modificando opportunamente contesto e consegne. La

nuova versione si distingue per fantasia ed originalità: l'idea del concorso basato sul quiz matematico per avere in sconto o in regalo una maglietta dà concretezza alla situazione problematica, rendendola più vicina ad una situazione della “vita reale”. Si ottiene così un buon materiale con cui stimolare il lavoro degli allievi sia sul piano linguistico (uso dell'inglese) che sul piano matematico (in questa versione è interessato il concetto di minimo comune multiplo).

Per quanto riguarda la Istituzione non-partner (la Università Cattolica di Ružomberok, Repubblica Slovacca), l'esame della proposta è stata l'occasione per affrontare con i futuri insegnanti la questione della complessità del testo di un problema matematico. Si è riflettuto sul fatto che una situazione problematica è spesso una struttura che contiene diversi parametri legati fra loro da un insieme di relazioni. La conoscenza di ciò che è noto influenza ciò che si deve determinare e può rendere la situazione problematica diversamente complicata a livello matematico per gli allievi che la devono affrontare in classe. Nell'attività svolta, i futuri insegnanti, a partire da una data situazione sono stati guidati a creare una serie graduata di problemi verbali con valutazione del livello di difficoltà del processo di risoluzione, prima di sperimentare con gli allievi, nelle classi, questo tipo di materiale.

Allegato: Problemi del "mondo reale" – "Fashion World Magazine"

FASHION WORLD MAGAZINE

SQUARES ARE IN



HIT OF THIS PRAGUE SPRING

Get superb discounts in our contest!

More information inside!

TO BE SQUARED = TO BE IN

It is a simple equation. If you want to be IN in the coming spring season, put on a squared T-shirt. According to reputable fashion designers, the season will be full of squares. In this edition of the Fashion World Magazine, you can order a T-shirt with any squared patterns you can imagine. In addition to this, you can get **great discounts**



or a **T-SHIRT GRATIS** ! Join our contest and win a **MAGNIFICENT T-shirt!**



Don't miss your chance and order a T-shirt. **Only now you can choose your own pattern!**



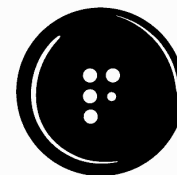
Follow fashion, don't fall behind!

Advertising

Visit the biggest shopping centre!

High discounts! Great Choice! The lowest price guaranteed! Favourable staff!

Londýnská 128, Prague 2, +420 298563128

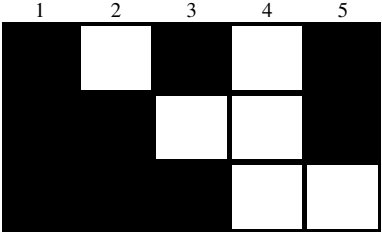


THE FASHION CENTER

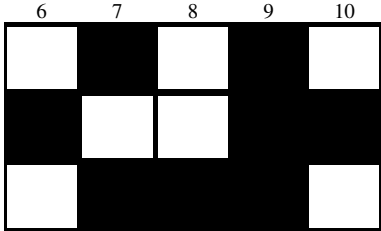


These patterns were prepared by our designers only for you.

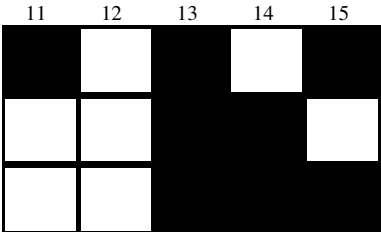
PATTERN No. 1



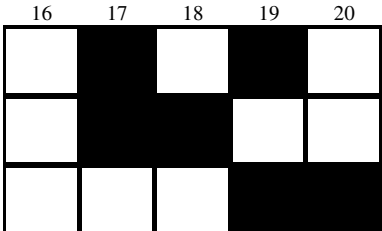
PATTERN No. 2



PATTERN No. 3



PATTERN No. 4



Show us your CREATIVITY and find **your own pattern**.
 BUT DO NOT FORGET. **Your design must fit our offered SET!**

And now a SUPERB OPPORTUNITY ONLY FOR YOU!

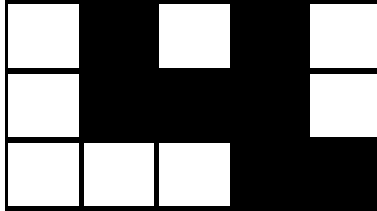
Find the right answers to our quiz, fill in the information sheet, cut it off and send!

Everybody wins!
EACH CORRECT ANSWER = 10% DISCOUNT

Quiz

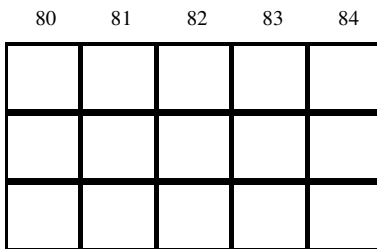
Question No. 1

Is this a pattern from our set?



Question No. 2

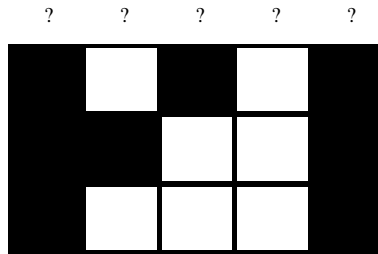
If our catalogue contained all the other patterns, what would the pattern No. 16 be like? (Blacken the appropriate squares!)





Question No. 3

What is the number of this pattern?
(If there are more possibilities, write ALL of them!)



Question No. 4

Choose a pattern from the set and write the appropriate number.

**THOSE WHO SOLVE THE QUIZ QUICKLY
WILL GET A FREE T-SHIRT!!!**

CUT OFF HERE

CUT OFF HERE

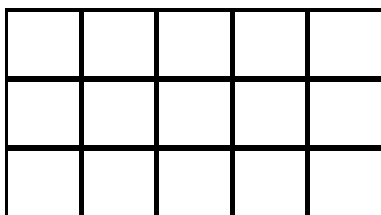
Name:
Surname:
Date of Birth:
Country:
Address:
Telephone number:
Your size:
Colour: Green Blue Red Grey Black
Pattern No.:

Answer No. 1:

Yes - No

Answer No. 2:

80 81 82 83 84

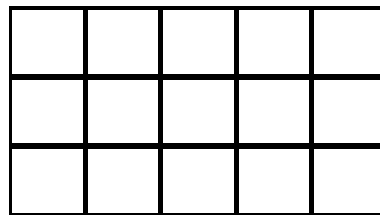


Answer No. 3:

It is the pattern number: ___

Answer No. 4:

I have chosen this pattern:



Its number is: ___

GOOD LUCK!