

PROBLÉMI “REÁLNEHO SVETA”

Lucia Doretti*

ÚVOD

Považujeme za dôležité, že budúci učitelia zvládnu aj riešenie matematických problémov a voľbu a analýzu problémov spolu so spôsobom ich uvedenia v triede tak, aby lepšie stimulovali procesy myslenia svojich žiakov. Učiteľ musí urobiť niekoľko rozhodnutí ohľadne organizácie jeho vlastného vyučovania: tieto sa vzťahujú k voľbe a systematizácii ‘dobrých’ problémov, manažovaniu osobných riešení žiakov vo fázach zdieľania (diskusie), možných spôsobov, aby sa tieto osobné riešenia vyvíjali smerom k expertným riešeniam, čo je hlavný cieľ. V tomto kontexte, a priori analýza sa stáva jedným z odborných nástrojov pomáhajúcim učiteľom formulovať ich voľby a rozhodnutia (Charnay, 2003).

Návrh problémov “reálneho sveta” patrí medzi množinu aktivít, ktoré stimulujú prácu s problémami začínajúc z vhodnej a priori analýzy, aby sa identifikovali matematické pojmy, ktoré sú v hre a určilo, či, ako a s akými cieľmi môžu byť použité pri vyučovaní. Návrh poskytuje príležitosť vybrať aspoň jeden z navrhovanej množiny troch problémov “To je rodina!”¹, “Bizarné vyfarbovanie”², “Prenasledovanie”³, vzatých z Rallye Mathématique Transalpin (RMT) (Transalpská Matematická Rally).

Návrh bol pilotovaný nasledovnými partnermi LOSSTT-IN-MATH Projektu a nepartnerskými inštitúciami.



* Dipartimento di Scienze Matematiche e Informatiche, Università di Siena, Taliansko.

¹ 12th RMT, Test I - Rok 2004

² 12th RMT, Test II -Rok 2004

³ 11th RMT, Test I - Rok 2003

Hlavná pilotáž

Lucia Doretti

NÁVRH

Návrh *problémov "reálneho sveta"* je prvý z dvoch uskutočnených v rámci projektu LOSSTT-in-MATH v toskánskej SSIS (Špecializačná škola pre stredné vzdelávanie), Centrum v Siene.

V rámci SSIS existuje vyučovací modul k riešeniu problémov. V tomto module sú budúci učitelia vedení k objaveniu centrálnej úlohy, ktorú riešenie problémov hrá v matematickom vzdelávaní žiakov prostredníctvom skúsenosti zo súťaže *Rallye Mathématique Transalpin* (RMT). Toto je medzinárodná matematická súťaž pre triedy základnej a strednej školy založená na riešení problémov⁴ (Jaquet, 1999) a niektorí z trénujúcich učiteľov v SSIS sú priamo v nej zainteresovaní, zvlášť, čo sa týka aspektov výskumu vzdelávania (Crociani a kol., 2001; Crociani, Doretti, Salomone, 2006). Výber RMT problémov závisí od ich charakteristík: byť relevantným z matematického hľadiska a umožniť prepojenia s matematickým programom realizovaným v triede, motivovať žiakov a stimulovať ich zainteresovanosť, korešpondovať s rôznymi úrovňami kognitívneho rozvoja žiakov, ponúknuť možnosť škály stratégií pre riešenie a príležitostí pre rozvoj detských spôsobov reprezentácie problému.

V akademickom roku 2004-05 návrh zahrnul študentov prvého ročníka SSIS, kurzu prírodných vied, študujúcich kvôli získaniu učiteľskej kvalifikácie v matematike a prírodovede na druhom stupni základnej školy. Celkový počet trénujúcich učiteľov bol 15, žiadny z nich nemal titul z matematiky.

Bolo rozhodnuté pracovať na probléme "To je rodina!", ktorá vyžaduje logicko-deduktívne schopnosti skôr ako matematické vedomosti. Myslíme si, že také problémy môžu byť dobre umiestnené v didaktickej praxi, pretože sa zameriavajú na rozvoj žiackych schopností uvažovania.

To je rodina!

Pán a pani Počítajúci majú 5 detí, ktorých vek je tvorený rôznymi párnymi číslami. Súčet rokov troch dcér je 30. Súčet rokov synov je 14. Súčet rokov dvoch najstarších detí je 26. Súčet rokov dvoch najmladších detí je 10.

Naznačte vek každého dieťaťa a uveďte explicitne, či je to chlapec alebo dievča. Zdôvodnite svoje uvažovanie a naznačte všetky možné odpovede.

Text problému je prezentovaný trénujúcim učiteľom pracujúcim v skupinách. Sú pozvaní prediskutovať a analyzovať problém, vytvoriac hypotézy o reprezentáciách, stratégiách a cestách uvažovania, ktoré môžu deti použiť, spolu s možnými ťažkosťami a chybami. Neskôr je problém prezentovaný v niektorých triedach, kde

⁴ Ciele TMR sú explicitné: riešenie problémov, interaktívna práca, zodpovednosť triednej skupiny, explicitné pomenovanie procedúr použitých na vyriešenie problému, odôvodnenie nájdených riešení.

ho žiaci riešia pracujúc v skupinách a porovnávajú procedúry, ktoré robili s aktuálnym trénujúcim učiteľom. Aktivita končí v tréningovom kurze správami o skúsenosti v triede a analýzou všetkých písaných prác žiakov okomentovaných trénujúcimi učiteľmi vo svetle *a priori* analýzy realizovanej predtým.

Matematické témy, ktoré treba rozvinúť: Riešenie problémov

Ciele

Pre inštruktorov

- Stimulovať použitie vyučovacích praktík, ktoré vnímajú riešenie problémov ako hrajúce centrálnu úlohu v konštrukcii matematickej vedomosti.
- Viest' budúcich učiteľov v *a priori* analýze problému a v následnej posteriori analýze žiackych písomných prác.
- Poskytnúť smernice a spätnú väzbu.

Pre budúcich učiteľov

- Zamýšľať sa nad aktivitou riešenia problémov a nad úlohou, ktorú hrá v matematickom vzdelávaní.
- Pracovať s problémami, ktoré si nevyžadujú iba aplikáciu známych procedúr, ale skôr osobné vyhľadávanie, rozvoj stratégií, formuláciu hypotéz, kontrolovanie a vyhodnocovanie.
- Analyzovať *a priori* problém predtým ako je použitý v triede, aby sa posúdili buď použité matematické pojmy alebo tie, ktoré by sa mohli vynoriť, za účelom predvídania stratégií žiakov, druhov reprezentácie, ťažkostí, prekážok a možných chýb.
- Pozorovať žiakov, keď sú zahĺbení do riešenia problému, pracujúc v malých skupinách.
- Zamýšľať sa nad fundamentálnou úlohou hranou kooperatívnymi a kolaboratívnymi aktivitami v sociálnom, afektívnom a kognitívnom rozvoji.
- Rozvinúť schopnosť analyzovať žiacke práce nie iba vo vzťahu k pojmom, ktoré použili, ťažkostiam, s ktorými sa stretli alebo chybami, ktorých sa dopustili, ale aj s ohľadom na rôzne úrovne vnímania, konzistencie a argumentácie v daných odpovediach.
- Zamýšľať sa nad možnými rozdielmi medzi predpoveďami urobenými prostredníctvom *a priori* analýzy a výsledkami a posteriori analýzy žiackej produkcie.
- Použiť informácie zozbierané počas *a priori* aj posteriori analýz problémov k vytvoreniu hypotéz ohľadne špecifických vyučovacích intervencií v triede, ak vznikne pre to aktuálna potreba.

Pre žiakov druhého stupňa základnej školy

- Získať skúsenosť s problémami, ktoré vytvárajú osobnú výzvu a ktoré stimulujú záujem aj motiváciu pre matematickú aktivitu.

- Rozvinúť schopnosť pracovať v skupinách a naučiť sa základné pravidlá vedeckej debaty: vyjadriť voľne myšlienky, hypotézy, myšlienkové pochody; mať vzájomné výmeny názorov, diskutovať, robiť rozhodnutia, kontrolovať a vyhodnocovať ...
- Naučiť sa nové procedúry a reprezentácie z výmen s ostatnými.
- Rozvíjať metakognitívne schopnosti prostredníctvom zamýšľania sa nad procesmi myslenia, ktoré viedlo proces riešenia a ktoré umožnilo utvoriť zdôvodnenie pre odpoveď a príčinu pre zvolenie určitej cesty.
- Stimulovať použitie hypoteticko-deduktívneho uvažovania.

Opis aktivity

Aktivita sa rozvíjala cez tri fázy. Prvá a tretia fáza, každá trvajúca 5 hodín, zahŕňali 15 študentov prvého ročníka SSIS, špecializácie Prírodné vedy; druhá fáza, trvajúca 2 hodiny bola realizovaná na druhom stupni základnej školy a bola vedená dvoma SSIS študentmi.

Fáza 1 (v tréningovom kurze)

- Inštruktori diskutujú s budúcimi učiteľmi o zmysle problému terminológie, o rôznych typoch problémov a ich použití vo vyučovaní.
- Budúci učelia, pracujúci v malých skupinách, obdržia problém vzatý z TMR, vyriešia ho a realizujú *a priori analýzu* na báze daných úloh.
- Každá skupina prezentuje a okomentuje svoju prácu ostatným skupinám a realizované procedúry riešenia ako aj *a priori analýza* sú diskutované.
- Spoločná *a priori analýza* problému je napísaná.
- Plánovanie intervencie v triede, pri ktorej sa očakáva od žiakov práca na probléme v malých skupinách.
- Dvaja trénujúci učelia sú vybraní a obaja majú prezentovať, viesť aktivitu v triede a zozbierať materiály produkované žiakmi.

Fáza 2 (v strednej škole)

Trénujúci učiteľ aktuálne prítomný v triede:

- navrhuje a motivuje aktivitu žiakov, ktorí pracujú v malých skupinách;
- pozoruje prácu jednej zo skupín počas všetkých fáz riešenia problému;
- vedie záverečnú diskusiu o riešeníach vyprodukovaných rôznymi skupinami;
- zbiera písomné produkcie žiakov.

Fáza 3 (počas tréningového kurzu)

- Dvaja učelia- experimentátori opíšu svoju skúsenosť v triede;
- Budúci učelia, rozdelení do malých skupín, analyzujú všetku zozbieranú produkciu žiakov a napíšu svoje poznámky;
- Analýzy produkcií žiakov sú kolektívne diskutované a porovnané s *a priori analýzou* problému;

- Inštruktori a budúci učitelia sa zamýšľajú nad a prediskutujú možné didaktické intervencie, ktoré môžu pomôcť žiakom uvedomiť si chyby, ktoré urobili a prekonať svoje ťažkosti.

Úlohy

a) Úlohy pre budúcich učiteľov

- Ktoré črty problému môžu byť zvýraznené v porovnaní s klasickými učebnicovými problémami?
- Aký matematický obsah je v hre?
- V ktorých triedach možno problém nastoliť?
- Ktoré matematické pojmy možno mobilizovať v žiakoch?
- Ktoré druhy reprezentácie môžu byť nastolené?
- Ktoré stratégie môžu byť použité?
- Budú žiaci schopní disponovať sa na kritéria, aby vedeli či odpovedali správne alebo nie?
- Aké môžu byť ťažkosti žiakov a možné chyby?
- Plánujte intervenciu v triede ohľadne aktivity riešenia problému zameranú na analyzovaný problém, komentujúc intervenciu a posteriori a navrhujúc možné zmeny.
- Porovnajte a okomentujte procedúry riešenia produkované žiakmi a nakoľko boli oprávnené.
- Aký typ didaktických intervencií môže byť navrhnutý na pomoc žiakom, ktorí mali ťažkosti alebo uskutočnili nesprávne procedúry?

b) Úlohy pre žiakov

- Rozdeľte sa do malých skupín a starostlivo čítajte text problému.
- Vymieňajte si názory a spolupracujte v rámci skupiny.
- Porozumejte informáciu a požiadavky zahrnuté v texte problému, vyberte a reprezentujte situáciu a identifikujte možnú stratégiu riešenia.
- Skontrolujte urobené voľby a získané výsledky.
- Zamyslite sa nad prejdenou cestou a popíšte uvažovanie.
- Vymieňajte si názory a prediskutujte spoločne použité procedúry a reprezentácie.

Pilotáž

a) Počas tréningového kurzu

Počas prvej hodiny inštruktori prediskutujú s budúcimi učiteľmi význam problému terminológie, rôzne typy problémov (problémy pre aplikácie, problémy konštruovať novú vedomosť, problémy ohľadne potešenia z hľadania a nachádzania) a ich rôzne možné použitia vo vyučovacom procese.

Následne sme navrhli problém "To je rodina!" Budúci učitelia pracovali v skupinách po dvoch a troch. Každá skupina obdržala text problému spolu s úlohami k jeho riešeniu a zodpovedaniu niektorých otázok písomne. Tieto otázky sa zameriavali na zozbieranie informácie o matematických znalostiach, druhoch reprezentácie, uvažovaní, stratégiách, ťažkostiach a chybách, ktorých sa žiaci pravdepodobne dopustia.

Cieľom inštruktorov bolo viesť trénujúcich k zamýšľaniu sa nad dôležitou úlohou hranou a priori analýzou problému vo svetle lepšieho ohodnotenia jeho didaktického potenciálu a možných použití v triede.

Každá skupina dostala hodinu a pol na uvažovanie nad problémom, na jeho vyriešenie a na zreferovanie o nájdených procedúrach riešenia na meotare a na dokončenie svojej a priori analýzy.

Rôzne skupiny spočiatku skúšali vyriešiť problém použijúc algebraické nástroje zostaviac systém rovníc. "Expertné" procesy boli privilegované z dôvodu ich väčšej známosti budúcim učiteľom, hoci neboli vhodné na manažovanie problémovej situácie a v každom prípade nie vo všeobecnosti použiteľné v triedach druhého stupňa základnej školy. Iba po návrate späť k dôkladnému čítaniu textu sa mohli skupiny pohnúť v danej situácii a ísť dopredu s hypoteticko-deduktívnym alebo kombinatorickým uvažovaním začínajúc z podmienok poskytnutých v samotnom texte. Mnohí boli udivení explicitnou požiadavkou naznačiť "všetky možné odpovede", implicitne poukazujúc na existenciu viac riešení. Iba jedna skupina bola schopná nájsť tri možné správne odpovede, zatiaľ čo iné skupiny poskytli jednu alebo dve odpovede.

Prípravná práca a priori analýzy problému bola realizovaná rýchlo a so syntetickými odpoveďami všetkými skupinami. Všeobecný dojem bol, že trénujúci neocenili túto aktivitu ako dôležitú v porovnaní s riešením problému, ktorému venovali všetku svoju energiu. Niektorí tiež podčiarkol ich ťažkosti v odpovedaní niektorých otázok a v predpovedaní správania žiakov.

Nasledujúca fáza, trvajúca asi jeden a pol hodiny, bola venovaná zdieľaniu dojmov a kolektívnej diskusii. Jeden člen každej skupiny ilustroval prácu celej skupiny. Diskusia sa zameriavala na rôzne modalities použité k riešeniu problému, na neúplnosť myšlienkových pochodov, ktoré nevedli k nájdeniu všetkých riešení a viedli k identifikácii iných rôznych procedúr. Trénujúci zvlášť poukázali na vzdelávaciu hodnotu nastolenia problémov, ktoré majú viac než jedno riešenie, na rozdiel od široko používaného modelu problémov nevyhnutne majúcich jediné riešenie.

Debata, ktorá nasledovala, viedla trénujúcich k premýšľaniu nad ich a priori analýzami a k preformulovaniu zdieľanej, ktorá brala do úvahy, čo sa objavilo v kolektívnej diskusii. Táto analýza je prezentovaná v Tabuľke 1.

Diskusia pri a priori analýze problému

Na ktoré konceptuálne domény sú narazil problém?

Aritmetika – Logika – Kombinatorika

V ktorej triede alebo triedach môže byť problém nastolený?

Ročníky 7 a 8.

Existujú poznámky k textu? Ak áno, špecifikujte ich a naznačte možné zmeny.

Text je jasný, pretože je rozbitý do jednoduchých viet.

Mal by byť čítaný pomaly a starostlivo, pretože obsahuje mnoho podmienok.

Ktoré časti matematickej vedomosti môžu žiaci ustanoviť alebo konsolidovať? Ktoré možné nové časti vedomosti môžu byť požadované?

Schopnosť manažovať mnohé podmienky simultánne.

Schopnosť rozvíjania hypoteticko-deduktívneho uvažovania.

Kombinatorické schopnosti (identifikujúce všetky dvojice a trojice párnych čísel, ktorých súčet je daná hodnota).

Aké typy reprezentácií, procedúr alebo stratégií môžu žiaci použiť, berúc do úvahy pôvodné vedomosti, ktoré sa u nich predpokladajú?

Môžu vyjadriť dáta prostredníctvom symbolov a schém tak, aby mohli byť lepšie vizualizované a ľahko overiteľné.

Veríme, že procedúry sú založené na hypoteticko-deduktívnom alebo kombinatorickom uvažovaní (analogickom tomu ako u trénujúcich).⁵

Aké ťažkosti môžu žiakov postretnúť a/alebo aké typy chýb môžu urobiť?

Môžu zabudnúť na niektoré podmienky, pretože je mnoho tých, ktoré by mali byť súčasne pod kontrolou.

Môžu skončiť pri prvom riešení, ktoré nájdu alebo, ak hádajú, že ich je viac, skončiť pri druhom bez preverenia iných možností.

Môžu použiť algebraické procedúry nevhodne [ako urobili samotní trénujúci].

Poukážte na niektoré vzdelávacie hodnoty problému, ktorý je v hre.

Problém má viac riešení a je vhodný pre skupinovú prácu, pretože podporuje spoluprácu, výmeny a diskusie medzi jednotlivcami.

Učители a inštruktori potom venovali hodinu na prípravu intervencie v triede, pri ktorej sa od žiakov očakávalo pracovanie na problémoch organizované buď vo dvojiciach alebo v malých skupinách, aby sa podporili výmeny a diskusia a poskytl trénujúcim určitý počet písomných prác k rovnakému problému.

Trénujúci učители prítomní v triede vo fáze riešenia problému mali za úlohu pozorovať prácu žiakov: za týmto účelom bolo dohodnuté, že sa zamerajú iba na jednu skupinu a urobia si poznámky o procedúrach, ktoré si všímali v rôznych fázach.

⁵ Príklad riešenia. Dedukujte zo zadaných podmienok, že stredné dieťa by malo byť 8-ročné (44 – 36). Dostanete, že možný vek najmladších detí je nevyhnutne 4 a 6. Predpokladajte, že stredné dieťa je chlapec: potom druhý chlapec má 6 rokov a najmladšie dieťa je dievča a má 4 roky. Dve najstaršie deti sú potom dievčatá a sú dve možnosti pre ich vek: 10 a 16 rokov alebo 12 a 14 rokov. Teraz predpokladajte, že stredné dieťa je dievča: potom dvaja najstarší sú dievča a chlapec a takí sú aj dvaja najmladší. Keďže dievča má 8, zostal súčet 22 pre ostatné dve dievčatá. Jediná možnosť je 22 = 6 + 16. Dedukujte, že sú tri možné riešenia: D16 D10 Ch8 Ch6 D4; D16 Ch10 Ch8 D6 Ch4; D14 D12 Ch8 Ch6 D4.

Pozorovací hárok, prezentovaný v Tabuľke 2 bol pripravený pre tento typ aktivity, s niektorými otázkami, ktoré mohli usmerniť pozorovanie.

Pozorovanie práce žiakov

Fáza čítania a porozumenia problému

Kto číta? Existuje nejaká diskusia počas čítacej fázy? Ako dlho trvajú čítacia a porozumievacia fáza? Existujú žiaci, ktorí sa zúčastňujú aktívne a vyjadrujú svoj pohľad na vec? Je v skupine vedúca osobnosť?

Fáza riešenia

Keď prichádza k riešeniu problému, drží sa skupina pohromade alebo sa rozbije? Existujú výmeny v tejto fáze výskumu? Aký druh výmen? Sú žiaci, ktorí sa nezúčastňujú?

Fáza potvrdenia a kontroly nájdených odpovedí

Sú riešenia prediskutované v rámci skupiny? Ako? Existuje kontrola procesu? Ako prichádzajú na rozhodnutia ohľadne odpovedí, ktoré majú byť poskytnuté? Existuje ešte vedúca osobnosť v skupine?

Fáza editovania riešenia

Ako a prečo vyberajú žiaka na evidenciu riešenia? Kontrolujú proces tí, ktorí nepíšu?

b) V triede

Dvaja budúci učitelia prezentovali problém v dvoch triedach 7. ročníka, jeden s osemnástimi a druhý s dvadsiatimi žiakmi vo veku 12-13 rokov. Každý budúci učiteľ sa so žiakmi stretol po prvý raz. Počas tejto aktivity trvajúcej celkovo približne dve hodiny bol triedny učiteľ stále prítomný.

Aby motivovali žiakov, budúci učitelia prezentovali problém ako matematickú hru a výzvu pre triedu, vyzývajúcu ju zoskupiť sa do malých skupín. Každá skupina mala starostlivo prečítať problém, diskutovať ho, vyriešiť ho prostredníctvom prediskutovanej stratégie a vysvetliť písomne sprievodné uvažovanie, na toto všetko bolo 50 minút. Práca urobená každou skupinou bola kolektívne prediskutovaná a okomentovaná, aby sa rozhodlo, kto sa úspešne popasoval s výzvou. Zatiaľ čo žiaci pracovali, budúci učiteľ prítomný v triede sa sústredil na jednu skupinu a pozoroval a zbieral informácie o ich spôsobe postupovania cez rôzne fázy riešenia problému. Za týmto cieľom boli použité špeciálne navrhnuté otázky.

Aktivita v triede sa ukončila diskusiou o rôznych procedúrach použitých rôznymi skupinami a o urobených zdôvodneniach. Toto viedlo žiakov k urobeniu explicitných úsudkov ohľadne účinnosti a /alebo vhodnosti týchto procedúr. Na konci aktivity boli zozbierané žiacke písomné produkcie, aby boli neskôr prediskutované a okomentované v tréningovom kurze.

c) Počas tréningového kurzu

Aktivita, celkovo trvajúca okolo päť hodín, bola opäť realizovaná s celou skupinou trénujúcich. Tí, ktorí šli do tried porozprávali skupine o svojej skúsenosti.

Tieto rozprávaná priniesli na svetlo rôzne modality interakcie v rámci dvoch pozorovaných skupín, ktoré ovplyvnili prácu a jej úspech. Neskôr uvažovali nad dôležitosťou rozvíjania schopnosti žiakov pracovať v skupinách, čo v sebe prináša schopnosť vymieňať si myšlienky, podeliť sa o vlastný príspevok a akceptovať príspevky iných. Tiež bolo poznamenané, že je ťažké získať túto schopnosť, obzvlášť ak nie je vhodne stimulovaná a pravidelne používaná.

Po tom ako sa trénujúci opäť zorganizovali do skupín boli poskytnuté písomné práce zozbierané v triedach týkajúce sa problému. Každá skupina preskúmala prácu žiakov s úlohou zapísať informácie o porozumení problému, použité stratégie, urobené chyby a čelené ťažkosti, ale aj poskytnuté vysvetlenia (napríklad rozlišujúc medzi úplnou a plne zdôvodnenou odpoveďou a jednoduchým overením nájdeného výsledku).

Nasledujúca fáza zahŕňala zdieľanú prácu s tým, že skupiny po jednej prezentovali svoje vlastné poznámky a prediskutovali ich s ostatnými. Na tejto fáze sa budúci učitelia zúčastňovali obzvlášť aktívnym a zaujímavým spôsobom. A priori analýza a diskusia problému bola uznaná ako podporujúca starostlivejšiu a posteriori analýzu protokolov: trénujúci poznamenali, že boli nútení byť obrazne v koži žiakov a pokúsiť sa interpretovať ich "spôsoby uvažovania" a ich ťažkosti.

Záverečná časť bola syntézou poznámok vynorených počas aktivity.

Záver

Experimentovaná prax nútila budúcich učiteľov viesť v triede aktivitu riešenia matematického problému na "reálnom" probléme.

Začiatkový bod od nich vyžadoval, aby neakceptovali problém nekriticky, ale radšej skúsili a ohodnotili *a priori* ťažkosti, ktoré žiaci mohli postretnúť pri jeho riešení, definovali aké pojmy, reprezentácie a procedúry boli zahrnuté a predpovedali žiacke možné ťažkosti a chyby.

Všimli sme si, že budúci učitelia sa posunuli z počiatkového zmätku a podceňovania vyžadovanej práce k postupne získavanému uvedomeniu si jej hodnoty, zvlášť keď boli analyzované a diskutované žiacke písomné práce.

Rovnakým spôsobom poukázali na dôležitosť voľby nechať pracovať žiakov v triede v malých skupinách, aby sa využil stimul, ktorý výmena partnerov môže poskytnúť pre diskusiu a pre porovnanie a výmeny myšlienok, a preto pre osobnostný rast.

Počas aktivity niektorí trénujúci navrhli skúsiť zmeniť niektoré z premenných v probléme (numerické dáta, úlohy, kontext,...) a študovať účinky takých zmien na problém a následne na možnosti jeho použitia. Táto myšlienka bola považovaná za zaujímavý spôsob rozvoja tejto práce.

DOPORUČENÁ LITERATÚRA

Bertazzoni, B. and Marchini, C. (2005). Improving classroom environment by problem solving. In Novotna, J. (Ed.), *International Symposium on Elementary Maths Teaching, SEMT '05, August 2005*, 78-86

- Charnay, R. (2003). L'analyse a priori, un outil pour l'enseignant. In Grugnetti L., Jaquet F., Medici D., Polo M., Rinaldi M.G. (Eds). *Actes des journées d'étude sur le Rally Mathématique Transalpin, RMT: potentialités pour la classe et la formation*, ARMT, Dip. di Mat. Università di Parma, Dip. di Mat. Università di Cagliari, 199-213
- Crociani, C., Doretto, L., Grugnetti, L., Jaquet, F. & Salomone, L. (Eds.) (2001). *RMT: évolution des connaissances et évaluation des savoirs mathématiques*, Dip. di Mat. Università di Siena, IRDP di Neuchâtel
- Crociani, C. – Doretto, L. - Salomone L. (2006). Riflettere insieme agli insegnanti sul lavoro in classe con problemi del RMT: resoconto di un'esperienza. In Battisti R., Charnay R., Grugnetti L., Jaquet F. (Eds), *RMT: des problèmes à la pratique de la classe*, ARMT, IPRASE Trentino, IUFM de Lyon – Centre de Bourg-en-Bresse, 135-150
- Grugnetti, L. and Jaquet, F. (2005). A mathematical competition as a problem solving and a mathematical education experience. *Journal of Mathematical Behavior* 24, 373-384
- Grugnetti, L. and Jaquet, F. (in press). D'un concours de mathématiques à la formation des maîtres. *Rencontre COPIRELEM, Strasbourg, Mai-Juin 2005*
- Jaquet, F. (1999). Présentation du Rallye Mathématique Transalpin. In Grugnetti L., Jaquet, F. (Eds.), *RMT: Le Rallye mathématique transalpin. Quels profits pour la didactique?* Dip. di Mat. Università di Parma, IRDP di Neuchâtel, 16-20
- Medici, D. and Rinaldi, M.G. (2003). A teaching resource for teacher training. *CERME 3*, in http://www.dm.unipi.it/~didattica/CERME3/draft/proceedings_draft/

Web links⁶

Transalpine Mathematical Rally

[<http://www.irdp.ch/rmt/>]

[<http://www.math.unipr.it/~rivista/RALLY/home.html>]

Druhá pilotáž

Marie Hofmannová a Jarmila Novotná*

Pre účely pilotovania návrhov projektu LOSSTT IN MATH sme vybrali také celky, ktoré sa javia kompatibilnými s obsahom nášho zámeru. Aktivita Problémy "reálneho sveta" bola vybratá z množiny návrhov dostupných v rámci projektu. Myslíme si, že slovné úlohy sú vo všeobecnosti viac kompatibilné s prístupom osvojeným v Prahe, t.j. vyučovanie matematického obsahu prostredníctvom cudzieho jazyka. Finálny výber bol voľbou českých študentov. Názov je *Bizarné vyfarbovanie*.

⁶ Aktívne od decembra 2006.

* Pedagogická Fakulta Karlovej Univerzity v Prahe, Česká Republika.

IMPLEMENTÁCIA NÁVRHU

Názov: *Bizarné vyfarbovanie*

Pôvodný text:

Maxim vyfarbuje štvorčekovú sieť. Pravidlo vyfarbovania je v každom riadku iné:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
■	□	■	□	■	□	■	□	■	□	■	□	■	□	■	□
■	■	□	□	■	■	□	□	■	■	□	□	■	■	□	□
■	■	□	□	□	□	■	■	■	□	□	□	■	■	□	□

Doteraz správne vyfarbil prvých 15 stĺpcov. Prehlasuje, že stĺpce 1, 9 a 13 sú plne vyfarbené. Pokračuje so stĺpcom 16.

Bude stĺpec 83 plne vyfarbený? A čo stĺpec 265?

Vysvetlite ako ste našli riešenie.

Matematické témy pre rozvoj:

Riešenie slovných úloh. Vzory. Kombinovanie aritmetiky, algebry, geometrie, kombinatoriky, atď.

Ciele

Pre inštruktorov

- Viest' budúcich učiteľov od teórie k praxi.
- Viest' budúcich učiteľov k prispôsobeniu plánu hodiny a vyučovacích materiálov veku a úrovni žiakov.
- Poskytovať inštrukcie a spätnú väzbu.

Pre budúcich učiteľov

- Matematika: Riešenie slovných úloh. Zovšeobecňovanie.
- Metodológia: Vývoj materiálov k stupňovaniu motivácie žiakov.
- Prispôbovať plán hodiny.
- Vyskúšať a testovať študentmi vyrobené materiály, ktoré kombinujú angličtinu a matematiku.
- Vyučovať metódou rovný s rovným (partnersky, tzv. peer teaching).
- Vyučovať v triede.

Pre žiakov druhého stupňa

- Zažiť vyučovanie matematického obsahu prostredníctvom anglického jazyka ako média.
- Budovať povedomie imaginárneho a kreatívneho úsilia pri hľadaní riešenia.
- Vytvárať hypotézy, robiť rozhodnutia, preskúmať a overovať výsledky.

Pilotovanie

a) V tréningovom kurze

Karlova Univerzita v Prahe, Pedagogická fakulta, voliteľný kurz Učenie sa integráciou obsahu a jazyka (Content and Language Integrated Learning, CLIL), Matematika vyučovaná cez angličtinu ako cudzí jazyk.

10 budúcich učiteľov, vo veku 22-25 rokov, 2 inštruktori, vyučovací tím.

Časový plán: 45-minútová tréningová vyučovacia doba, 4 po sebe idúce týždne.

A priori analýza textu

- Diskutovanie navrhnutých problémov z perspektívy možných matematických riešení a jazyka zadania.
- Vybratie jedného z troch navrhnutých problémov ako základného problému pre ďalšie spracovanie (*Bizarné vyfarbovanie*).

Príprava hodiny

- Inštruktori a budúci učitelia diskutujú v češtine ako najlepšie pripraviť mikro-vyučovanie partnerov.
- Vyučovanie rovný s rovným (peer-team) v angličtine (táto etapa bola nahrávaná na video jedným z inštruktorov): jedna etapa navrhovanej hodiny je vyučovaná dvoma budúcimi učiteľmi, zostávajúci budúci učitelia hrajú úlohy žiakov. Jeden inštruktor robí poznámky na tabuľu pre ďalšiu diskusiu.
- Uvažovanie nad a analyzovanie (v angličtine) tréningovej hodiny: budúci učitelia prezentujú kritické poznámky k formulovaniu problému a k realizovaniu plánu hodiny. Je zdôraznená nevyhnutnosť pozmeniť zadanie, aby sa prispôbilo realite. Budúci učitelia sa dobrovoľne podujímajú pripraviť nový vyučovací materiál, ktorý by lepšie korešpondoval s vekom a záujmami žiakov. Kvôli výsledkom pozri Prílohu.

b) V triede

Stredná škola v Prahe, jedna 45-minútová hodina vyučovaná namiesto hodiny angličtiny, 14 žiakov, vek 15-16 rokov, učiteľ matematiky, učiteľ angličtiny, dvaja vyučujúci inštruktori, budúci učiteľ – pozorovateľ.

Vyučovanie [Táto etapa bola nahrávaná na video jedným z inštruktorov]

- Úvod: učitelia zorganizujú na "prelomenie ľadov" aktivitu "Skladanie mien z písmen" ("Names scrabble") – na vzájomné predstavovanie sa. Vyučovací materiál: štvorcová sieť.
- Prehodnotenie matematickej terminológie je nevyhnutné pre dokončenie úlohy.
- Učitelia zadajú pôvodnú (RMT) verziu. Žiaci ju riešia buď individuálne alebo vo dvojiciach.
- Učitelia zmenia zameranie hodiny (z matematiky na angličtinu): uvedú Maxime, postavu z "Fashion World Magazine" ("Svetového magazínu módy"). Rozdajú "Fashion World Magazine".
- Angličtina: Učitelia kontrolujú žiacky posluš a čítanie s porozumením.
- Matematické zadanie: žiaci riešia otázky z "Fashion World Magazine".
- Riešenia sú kontrolované s celou triedou.
- Učitelia zakončia hodinu.

c) V tréningovom kurze

A posteriori analýza – uvažujúc nad hodinou

Diskusia bola vedená v angličtine. Diskutované body boli:

- analýza hodiny
- komentáre
- kritické poznámky
- návrhy alternatív

DOPORUČENÁ LITERATÚRA

Harmer, J. (1989). *The Practice of English Language Teaching*. Longman

Novotná, J. (1999). Do students of the 3rd to 6th grades use the everyday life schemes when solving word problems? In Hejný, Milan and Novotná, Jarmila. *Proceedings SEMT 99*. Praha: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, 1999. p. 159-163. ISBN 80-86039-86-2.

Pavesi, M., Bertocchi, D., Hofmannová, M., Kazianka, M., on behalf of TIE-CLIL project (2001). *Insegnare in una lingua straniera*. General editor: Langé, G.

Tretia pilotáž (Katolícka Univerzita v Ružomberku, SK) a Záver

Lucia Doretti

Téma návrhu, zameraná na problémy a riešenie problémov, je pre svoju komplexnosť a početné dôsledky hodná zaoberania sa rozmanitými spôsobmi, závisiac od uhla pohľadu, ktorý chceme prijať, aby sa vynárala v didaktickej praxi a pri príprave učiteľov.

Rôznorodosť pohľadov sa jasne prejavila v správe z pilotovania rôznymi partnermi. Pre partnera, ktorý prezentoval návrh bolo hlavným zameraním na didaktickú situáciu. V aktivite s budúcimi učiteľmi, ktorí pracovali na probléme *To je rodina!*, bola centrálna rola prisúdená *a priori* analýze problému, zavŕšenej následnou *a posteriori* analýzou písomnej produkcie žiakov. Budúci učelia mali analyzovať problém predtým, ako ho navrhli v triedach; a porovnaním experimentálnych údajov potvrdiť, poopraviť alebo vyvrátiť to, čo predvídali *a priori*. Všeobecné črty aktivity a spôsob akým bola včlenená, viedli k chápaniu *a priori* ako jedného z odborných nástrojov, ktoré môžu pomôcť učiteľovi a orientovať ho pri voľbách, ktoré má urobiť a pri rozhodnutiach, ktoré má prijať.

Pre kopilotujúcich partnerov bola najdôležitejším aspektom v návrhu verbalizácia. V skutočnosti samotná povaha tréningového kurzu *Učenie sa integráciou obsahu a jazyka* (CLIL), v rámci ktorého táto aktivita bola implementovaná, vyžadovala od budúcich učiteľov zaoberať sa matematickým obsahom použitím angličtiny ako cudzieho jazyka. Preto bolo nevyhnutné sprístupniť didaktickú situáciu, ktorá by sa hodila pre vhodnú formuláciu v lingvistických výrazoch, aby motivovala učiacich sa k používaniu angličtiny a tiež aby ich stimulovala po matematickej stránke. Počas prípravy hodiny budúci učelia pracovali na texte problému *Bizarného vyfarbovania*, vhodne modifikujúc jeho kontext a zadania. Nová verzia sa líši od pôvodnej fantáziou a originalitou: myšlienka súťaže založenej na matematickom kvíze, aby sa získali veľké zľavy alebo tričko zadarmo, robí problémovú situáciu konkrétnou, robí ju bližšou k situácii z reálneho života. Inštruktori preto získavajú dobrý materiál na stimulovanie a obohatenie učiacich sa po lingvistickej stránke (použitím angličtiny) a po matematickej stránke (v tejto verzii je zahrnutý pojem najmenšieho spoločného násobku).

Čo sa týka nepartnerských inštitúcií na Slovensku, štúdium návrhu predstavovalo príležitosť pustiť sa, spolu s budúcimi učiteľmi, do záležitosti ohľadne zložitosti textu matematického problému. Budúci učelia začali uvažovať, že problematickú situáciu môžeme vidieť ako štruktúru, obsahujúcu niekoľko vzájomne súvisiacich parametrov. Znalosť toho, čo bolo dané, má vplyv na to, čo má byť nájdené a môže, po matematickej stránke, urobiť aktivitu riešenia rôzne spletitou pre učiacich sa, ktorí ju majú rozvíjať. V implementovanej aktivite boli budúci učelia vedení k vytvoreniu gradovanej série slovných úloh a k evaluácii úrovne zložitosti procesu riešenia predtým, ako pilotovali tento druh materiálu v triedach so žiakmi.

FASHION WORLD MAGAZINE

SQUARES ARE IN



HIT OF THIS PRAGUE SPRING

Get superb discounts in our contest!

More information inside!

TO BE SQUARED = TO BE IN

It is a simple equation. If you want to be IN in the coming spring season, put on a squared T-shirt. According to reputable fashion designers, the season will be full of squares. In this edition of the Fashion World Magazine, you can order a T-shirt with any squared patterns you can imagine. In addition to this, you can get **great discounts**



or a **T-SHIRT GRATIS** ! Join our contest and win a **MAGNIFICENT T-shirt!**



Don't miss your chance and order a T-shirt. **Only now you can choose your own pattern!**



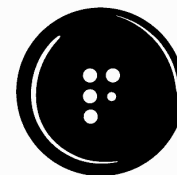
Follow fashion, don't fall behind!

Advertising

Visit the biggest shopping centre!

High discounts! Great Choice! The lowest price guaranteed! Favourable staff!

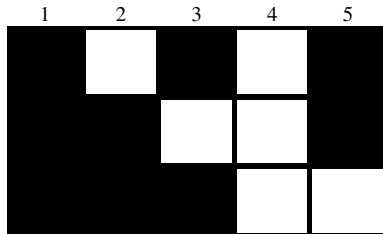
Londýnská 128, Prague 2, +420 298563128



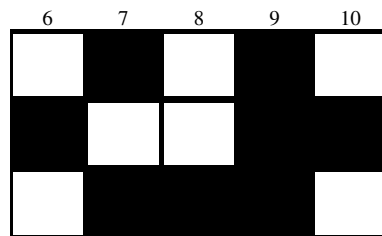
THE FASHION CENTER

These patterns were prepared by our designers
only for you.

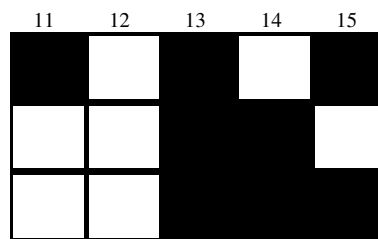
PATTERN No. 1



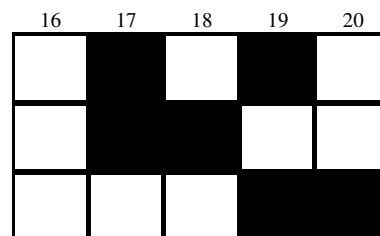
PATTERN No. 2



PATTERN No. 3



PATTERN No. 4



Show us your CREATIVITY and find **your own pattern**.
 BUT DO NOT FORGET. **Your design must fit our offered SET!**

And now a SUPERB OPPORTUNITY ONLY FOR YOU!

Find the right answers to our quiz, fill in the information sheet, cut it off and send!

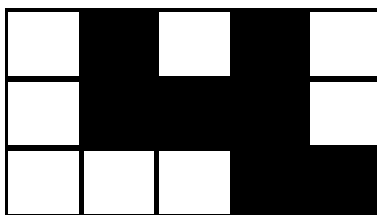
Everybody wins!

EACH CORRECT ANSWER = 10% DISCOUNT

Quiz

Question No. 1

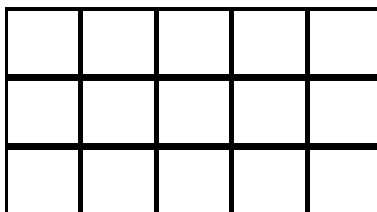
Is this a pattern from our set?



Question No. 2

If our catalogue contained all the other patterns, what would the pattern No. 16 be like? (Blacken the appropriate squares!)

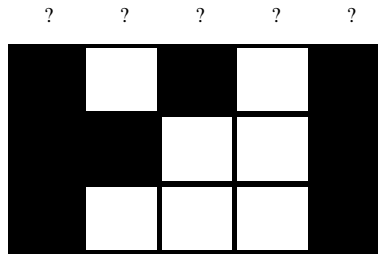
80 81 82 83 84





Question No. 3

What is the number of this pattern?
(If there are more possibilities, write ALL of them!)



Question No. 4

Choose a pattern from the set and write the appropriate number.

**THOSE WHO SOLVE THE QUIZ QUICKLY
WILL GET A FREE T-SHIRT!!!**

CUT OFF HERE

CUT OFF HERE

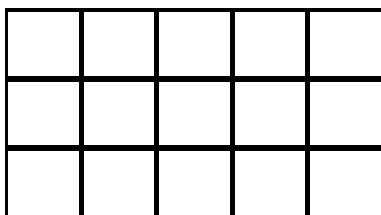
Name:
Surname:
Date of Birth:
Country:
Address:
Telephone number:
Your size:
Colour: Green Blue Red Grey Black
Pattern No.:

Answer No. 1:

Yes - No

Answer No. 2:

80 81 82 83 84

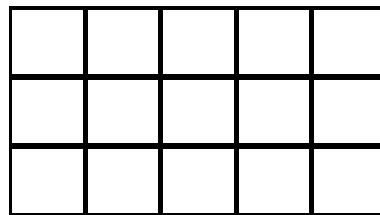


Answer No. 3:

It is the pattern number: ___

Answer No. 4:

I have chosen this pattern:



Its number is: ___

GOOD LUCK!